

# Technologies des Asservissements

## Partie 1: Chaîne de conversion électro-mécanique

ECOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE DE STRASBOURG  
3<sup>ÈME</sup> ANNÉE  
OPTION INGÉNIERIE DES SYSTÈMES, AUTOMATIQUE ET VISION

MASTER IMAGES, ROBOTIQUE ET INGÉNIERIE POUR LE VIVANT  
PARCOURS AUTOMATIQUE ET ROBOTIQUE

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

Edouard Laroche  
laroche@unistra.fr  
<http://eavr.u-strasbg.fr/~laroche/student>

2010–2011



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Notions de base</b>	<b>7</b>
1.1	Présentation générale des solutions . . . . .	7
1.2	Grandeurs électriques . . . . .	7
1.3	Puissance en régime alternatif . . . . .	9
1.3.1	Réseau monophasé . . . . .	9
1.3.2	Harmoniques de courant . . . . .	12
1.3.3	Régime triphasé . . . . .	13
1.4	Magnétostatique : Production de couple et de force . . . . .	15
1.4.1	Bobine d'inductance (rappel) . . . . .	15
1.4.2	Principe du moteur élémentaire . . . . .	15
1.4.3	Régime linéaire . . . . .	16
1.4.4	Fonctionnement d'un moteur élémentaire . . . . .	16
1.4.5	Système polyphasé . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Dimensionnement des organes de puissance</b>	<b>19</b>
<b>3</b>	<b>Les convertisseurs statiques</b>	<b>21</b>
3.1	Introduction . . . . .	21
3.1.1	Les différents types de conversion . . . . .	21
3.1.2	Pourquoi l'électronique de puissance est-elle basée sur la commutation ?	22
3.1.3	Principe de modélisation . . . . .	22
3.1.4	Les éléments passifs . . . . .	24
3.2	Les composants . . . . .	24
3.2.1	Diode . . . . .	25
3.2.2	Thyristor . . . . .	25
3.2.3	GTO . . . . .	25
3.2.4	Transistor . . . . .	26
3.2.5	Associations de composants . . . . .	26
3.2.6	Pertes dans les composants . . . . .	27
3.3	Les convertisseurs continu/continu . . . . .	27
3.3.1	Hacheur abaisseur . . . . .	27
3.4	Les convertisseurs continu/alternatif . . . . .	33
3.4.1	Onduleur monophasé . . . . .	33
3.4.2	Onduleur triphasé . . . . .	34

<b>4</b>	<b>Actionneurs électriques</b>	<b>39</b>
4.1	Principe général de fonctionnement . . . . .	39
4.2	La machine à courant continu . . . . .	40
4.2.1	Principe et équations . . . . .	40
4.2.2	Différentes technologies . . . . .	41
4.3	La machine synchrone . . . . .	44
4.3.1	Rotor . . . . .	44
4.3.2	Stator . . . . .	44
4.3.3	Force électromotrice induite . . . . .	45
4.3.4	Modèle de Behn-Eschenburg . . . . .	46
4.4	La machine asynchrone . . . . .	47
4.4.1	Constitution . . . . .	47
4.4.2	Principe de fonctionnement . . . . .	47
4.4.3	Modèle en régime permanent sinusoïdal . . . . .	48
4.4.4	Bilan de puissance . . . . .	49
4.4.5	Expression du couple . . . . .	50
<b>A</b>	<b>Lexique</b>	<b>53</b>
A.1	Convertisseur de fréquence . . . . .	53
A.2	Démarrreur . . . . .	53
A.3	Freinage dynamique . . . . .	53
A.4	Moteur DC brushless . . . . .	54
A.5	Onduleur . . . . .	54
A.6	Variateur . . . . .	54

# Introduction

## Objectifs du cours

Les systèmes asservis sont généralement composés des parties suivantes :

- le système à asservir,
- un ou des actionneurs qui permettent d’agir sur le système,
- un ou des capteurs qui fournissent les informations sans lesquelles un asservissement n’est pas possible
- un calculateur, le plus souvent numérique.

L’objectif de ce cours est de développer un niveau de compétence sur les actionneurs et les capteurs permettant :

- de connaître les différentes technologies disponibles,
- de dimensionner une solution pour un cahier des charges.

## Contenu du cours

Le cours se compose de trois grandes parties :

1. les actionneurs électriques, leur alimentation électrique et leur commande,
2. étude des variateurs,
3. les capteurs

## Contenu de la première partie

Le présent polycopié traite de la première partie. Il ne couvre donc qu’une petite partie du périmètre du cours. Après une présentations des notions élémentaires, le problème du dimensionnement est abordé à travers quelques exercices. Ensuite sont présentées les solutions d’alimentation des moteurs puis les technologies les plus courantes d’actionneurs.



# Chapitre 1

## Notions de base pour l'électrotechnique

### 1.1 Présentation générale des solutions

Les technologies d'actionneur disponibles se distinguent en fonction de leur forme d'énergie électrique utilisée et le type de convertisseur de puissance nécessaire pour leur alimentation :

- les *moteurs à courant continu* sont alimentés par *hacheur*,
- les *moteurs à courant alternatif* sont alimentés par *onduleur*. Parmi ceux-ci, on distingue :
  - les *moteurs synchrones* (encore appelés *moteurs DC brushless*),
  - les *moteurs asynchrones* (encore appelés *moteurs à induction*).

Les onduleurs et hacheurs réalisent la mise en forme de la tension aux bornes du moteur à partir d'une source de tension continue. Cette dernière étant généralement réalisée par un redresseur à diodes (triphase ou monophasé) associé à des composants de filtrage (inductance en série en amont ou en aval, condensateur en parallèle en aval du redresseur).

Dans ce cours, on s'intéressera principalement aux trois technologies d'actionneur citées ci-dessus et aux deux organes alimentant les moteurs (hacheur et onduleur). Au delà d'une simple présentation, on s'intéressera à la modélisation de ces systèmes et on développera une approche générale pour la modélisation et la commande des systèmes électro-dynamiques.

### 1.2 Grandeurs électriques

Les signaux électriques sont la tension, notée  $u(t)$  ou  $v(t)$  (unité le Volt, noté V) et le courant noté  $i(t)$  ou  $j(t)$  (unité l'ampère, noté A). On travaille également sur la puissance  $p(t) = u(t) \times i(t)$  (unité le Watt, noté W=VA). Afin de présenter des définitions pour tout type de signal, on utilisera le signal  $x(t)$  qui prendra la place de n'importe quel signal électrique.

La puissance  $p(t)$  est la dérivée de l'énergie électrique  $W_e(t)$  (en Joule, noté J=Ws) reçue par le dipôle :

$$p(t) = \frac{dW_e(t)}{dt} \quad (1.1)$$

**Propriété 1 (Conservation de l'énergie)** *L'énergie absorbée par un système est égale à la somme de l'énergie qu'il a dissipée et de l'énergie qu'il a emmagasinée.*

Pour un signal  $x(t)$  périodique de période  $T$ , on définit la *valeur moyenne* et la *valeur efficace*.

**Propriété 2 (Calcul de la valeur moyenne)**

$$\langle x \rangle = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt \quad (1.2)$$

**Propriété 3 (Calcul de la valeur efficace)**

$$X_{eff} = \sqrt{\langle x^2(t) \rangle} \quad (1.3)$$

**Remarque 1 (Valeur RMS = valeur efficace)**

La valeur efficace est la racine carrée de la moyenne du carré du signal, ce qui se dit en anglais *root mean square* et donne les initiales *RMS* couramment utilisées.

**Propriété 4 (Valeur efficace nulle)**

Un signal qui a une valeur efficace nulle est nul à tout instant.

**Définition 1 (Régime continu)**

Le régime continu est caractérisé par des valeurs moyennes non nulles. Dans ce cas, c'est aux valeurs moyennes des signaux que l'on s'intéresse.

**Définition 2 (Régime alternatif)**

Le régime alternatif est caractérisé par des valeurs moyennes nulles. Dans ce cas, c'est aux valeurs efficaces que l'on s'intéresse.

**Définition 3 (Puissance moyenne)**

On appelle puissance moyenne ou puissance active la valeur moyenne de la puissance :

$$P = \langle p(t) \rangle . \quad (1.4)$$

**Définition 4 (Puissance apparente)**

La puissance apparente  $S$  (unité VA) est définie comme le produit des valeurs efficaces de la tension et du courant :

$$S = U_{eff} I_{eff} \quad (1.5)$$

La puissance apparente est supérieure ou égale à la puissance moyenne. Le facteur de puissance  $F_p$  caractérise le rapport entre ces deux grandeurs :

$$F_p = P/S \quad (1.6)$$

Avec les conventions adéquates,  $F_p$  est positif et on a  $0 \leq F_p \leq 1$ . Un facteur de puissance proche de 1 (0,9 par exemple) correspond à une bonne utilisation de l'électricité alors qu'un facteur de puissance nul ou très faible correspond à de la tension et du courant avec pas ou peu d'échange d'énergie.

**Exercice 1 (Valeur moyenne et efficace d'un créneau)**

On considère le signal  $x(t)$  périodique de période  $T$  égal à  $E$  sur  $[0; \alpha T[$  et à  $-E$  sur  $[\alpha T; T[$  avec  $0 < \alpha < 1$ . Déterminez la valeur moyenne et la valeur efficace de ce signal.



**Exercice 2 (Valeur moyenne d'une sinusoïde redressée)**

On considère le signal  $x(t)$  périodique de période  $T/2$  égal à  $X \cos(\omega t)$  sur  $[-T/4; T/4]$ . Déterminez sa valeur moyenne.

**Exercice 3 (Valeur efficace d'une sinusoïde)**

Déterminez la valeur efficace de  $x(t) = X \cos(\omega t)$ .

**Exercice 4 (Puissance en sinusoïdal)**

Un dipôle a à ses bornes la tension  $u(t) = U \cos(\omega t)$  et est parcouru par le courant  $i(t) = I \sin(\omega t - \phi)$ . Déterminez sa puissance moyenne.

**Signal harmonique**

En régime alternatif non-sinusoïdal, un signal de période  $T$  est décomposable selon sa série de Fourier :

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t) \quad (1.7)$$

où les coefficients de sa série de Fourier s'expriment de la manière suivante :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_T x(t) dt \quad (1.8)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos(k\omega t) dt, \quad k \geq 1 \quad (1.9)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin(k\omega t) dt, \quad k \geq 1 \quad (1.10)$$

Le théorème de Parseval exprime que l'énergie du signal est la somme des énergies de ses différents harmoniques, soit :

$$X_{\text{eff}}^2 = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) \quad (1.11)$$

Le *taux de distorsion* ou *taux d'harmoniques* se définit comme le rapport entre la valeur efficace des harmoniques et la valeur efficace du signal :

$$T_H = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} X_k^2}}{X_{\text{eff}}} \quad (1.12)$$

On définit le *rapport de crête* le rapport entre la valeur maximale et la valeur efficace.

On définit le *facteur de forme* le rapport entre la valeur efficace et la valeur moyenne.

**1.3 Puissance en régime alternatif****1.3.1 Réseau monophasé**

Dans le cas d'un réseau monophasé dont les grandeurs électriques sont :

$$u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha) \quad (1.13)$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha - \phi) \quad (1.14)$$

où  $\phi$  est le déphasage arrière du courant par rapport à la tension, la puissance moyenne ou *puissance active*, notée en Watt (W) est :

$$P = UI \cos(\phi) \quad (1.15)$$

La puissance apparente est le produit des valeurs efficaces, soit :

$$S = UI \quad (1.16)$$

On définit aussi la *puissance réactive* qui n'est pas une puissance au sens physique, notée en var :

$$Q = UI \sin(\phi) \quad (1.17)$$

Cette puissance réactive est liée aux échanges de puissance à valeur moyenne nulle dans les éléments réactifs (inductances et condensateurs).

On a aussi :

$$F_p = \cos(\phi) \quad (1.18)$$

Ces relations se retrouvent dans le *triangle des puissances* (voir figure 1.1).

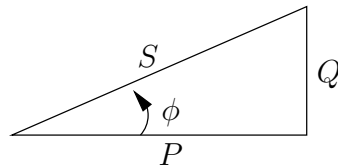


FIGURE 1.1 – Triangle des puissances

## Notations complexes

Pour une tension aux bornes d'un dipôle  $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha)$ , on note  $\underline{U} = U \exp(j\alpha)$  son nombre complexe appelé aussi grandeur de Fresnel. Pour un courant  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \beta)$  traversant ce dipôle, cela donne  $\underline{I} = I \exp(j\beta)$ . La puissance complexe est définie comme :

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* \quad (1.19)$$

où  $\underline{I}^*$  est le conjugué de  $\underline{I}$ . On montre facilement que :

$$S = |\underline{S}| \quad (1.20)$$

$$P = \operatorname{Re}(\underline{S}) \quad (1.21)$$

$$Q = \operatorname{Im}(\underline{S}) \quad (1.22)$$

$$F_p = \arg(\underline{S}) \quad (1.23)$$

$$\underline{S} = P + jQ \quad (1.24)$$

Les notations complexes ont l'intérêt de remplacer les équations différentielles par des *lois d'Ohm généralisées*. Pour une résistance, on a  $\underline{U} = R\underline{I}$ , pour une inductance, on a  $\underline{U} = jL\omega\underline{I}$ . Pour un condensateur, on a  $\underline{I} = jC\omega\underline{U}$ . Les impédances sont généralement notées  $\underline{Z}$  ( $\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$ ) et les admittances  $\underline{Y}$  ( $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}$ ).

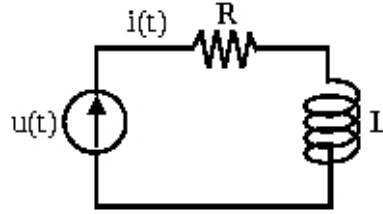


FIGURE 1.2 – Circuit RL alimenté en tension

**Exercice 5 (Charge RL)**

Soit le schéma de la figure 1.2 où une source de tension  $u(t)$  alimente un circuit RL série.

1. Dans le cas du régime permanent sinusoïdal (50 ou 60 Hz), écrivez la relation liant les vecteurs de Fresnel  $\underline{U}$  et  $\underline{I}$  représentant respectivement la tension  $u(t)$  et le courant  $i(t)$ .
2. Déterminez le déphasage tension/courant, le facteur de puissance et la puissance active en fonction de  $U$  (valeur efficace de la tension),  $R$  et  $L$ .
3. Écrivez l'équation différentielle liant  $i(t)$  et  $u(t)$ .
4. Donnez un modèle de simulation du système d'entrée  $u(t)$  et de sortie  $i(t)$  sous la forme d'un schéma-bloc intégrant des blocs gain, intégrateur et sommateur.
5. Donnez les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  de la représentation d'état matricielle ci-dessous où  $u$  est le signal d'entrée,  $y$  est le signal de sortie et  $x$  l'état.
6. Déterminez la capacité  $C$  du condensateur à placer en parallèle sur la source de tension  $u(t)$  permettant d'amener le facteur de puissance de la source à 1.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (1.25)$$

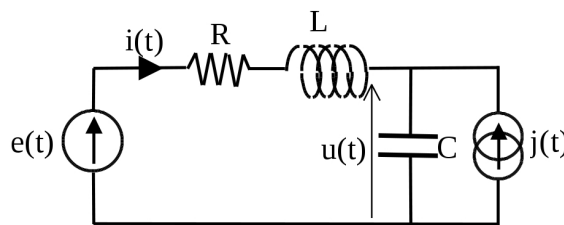


FIGURE 1.3 – Filtre LC alimenté en tension et en courant

**Exercice 6 (Filtre LC)**

On considère un filtre LC dont le schéma est donné sur la figure 1.3.

1. Écrivez l'équation différentielle liant  $e(t)$ ,  $u(t)$  et  $i(t)$ .
2. Écrivez l'équation différentielle liant  $i(t)$ ,  $j(t)$  et  $u(t)$ .
3. Donnez un modèle de simulation sous forme de schéma-bloc contenant uniquement les types de blocs suivants : intégrateur, gain, sommateur, soustracteur.
4. Écrivez le modèle d'état du système d'entrées  $e(t)$  et  $j(t)$  et de sortie  $u(t)$ . Quelles sont les variables d'état.

### 1.3.2 Harmoniques de courant

Considérons ici le cas où la tension est sinusoïdale et où des harmoniques sont présentes sur le courant. En prenant la tension comme référence des phases, on a :

$$u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t) \quad (1.26)$$

$$i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I_k \sqrt{2} \cos(k\omega t - \phi_k) \quad (1.27)$$

La puissance instantanée s'écrit alors :

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (1.28)$$

$$= U \sum_{k=1}^{\infty} I_k (\cos((k+1)\omega t - \phi_k) + \cos((k-1)\omega t - \phi_k)) \quad (1.29)$$

Il s'agit d'une somme de sinusoïdes aux fréquences  $0, \omega, 2\omega \dots$ . La valeur moyenne est la somme des valeurs moyennes des différents termes ; chaque sinusoïde ayant une valeur moyenne nulle à moins que sa pulsation soit nulle, il ressort qu'un seul terme est non nul et non a :

$$P = UI_1 \cos(\phi_1). \quad (1.30)$$

C'est-à-dire que seul le fondamental du courant transporte de la puissance active ; le déphasage intervenant dans le terme  $\cos(\phi_1)$  est le déphasage du fondamental.

On définit alors la puissance réactive :

$$Q = UI_1 \sin(\phi_1). \quad (1.31)$$

En présence d'harmoniques, la relation  $S^2 = P^2 + Q^2$  n'est plus valable et s'écrit désormais

$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad (1.32)$$

avec

$$D^2 = U^2 \sum_{k=2}^{\infty} I_k^2 \quad (1.33)$$

On observe bien dans cette dernière expression que  $D$  est lié à la présence d'harmoniques. On l'appelle *puissance déformante*.

Le facteur de puissance est :

$$F_p = \frac{I_1}{I} \cos \phi_1 \quad (1.34)$$

Le facteur de puissance est le produit de deux facteurs : un facteur lié au déphasage ( $\cos(\phi_1)$ ) et un facteur lié aux harmoniques ( $\frac{I_1}{I}$ ).

#### Exercice 7

Démontrez la relation suivante :

$$T_{HI} = \frac{D}{S} \quad (1.35)$$

### 1.3.3 Régime triphasé

#### Régime sinusoïdal équilibré

Le régime triphasé équilibré est caractérisé par une valeur efficace identique sur les trois phases et un déphasage de  $2\pi/3$  entre chacune des phases. Par exemple, en prenant la tension  $v_a(t)$  comme référence des phases, on a pour les tensions simples (entre phase et neutre) :

$$v_a(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t) \quad (1.36)$$

$$v_b(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (1.37)$$

$$v_c(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \quad (1.38)$$

et pour les courants :

$$i_a(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi) \quad (1.39)$$

$$i_b(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi - \frac{2\pi}{3}) \quad (1.40)$$

$$i_c(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \phi - \frac{4\pi}{3}) \quad (1.41)$$

On peut déterminer les tensions entre phases, par exemple :

$$u_{ab}(t) = v_a(t) - v_b(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{6}) \quad (1.42)$$

où la valeur efficace des tensions composées est :

$$U = \sqrt{3}V \quad (1.43)$$

La puissance instantanée est constante identique à la puissance active :

$$P = p(t) = \sqrt{3}UI \cos(\phi) \quad (1.44)$$

On a aussi :

$$Q = \sqrt{3}UI \sin(\phi) \quad (1.45)$$

$$S = \sqrt{3}UI \quad (1.46)$$

$$F_p = \cos(\phi) \quad (1.47)$$

#### Régime harmonique

En présence d'harmoniques de courant, les formules sont :

$$P = \sqrt{3}UI_1 \cos(\phi_1) \quad (1.48)$$

$$Q = \sqrt{3}UI_1 \sin(\phi_1) \quad (1.49)$$

$$S = \sqrt{3}UI \quad (1.50)$$

$$F_p = \frac{I_1}{I} \cos(\phi_1) \quad (1.51)$$

$$D = \sqrt{3}U \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_k^2} \quad (1.52)$$

**Exercice 8 (Charge triphasée)**

Sur une charge triphasée équilibrée alimentée par une source de tension triphasée sinusoïdale équilibrée, on fait les mesures suivantes :

- Valeur efficace de la tension entre 2 phases :  $U = 400 \text{ V}$ ,
- Valeur efficace du courant d'une phase :  $I = 10 \text{ A}$ ,
- Puissance totale transmise à la charge :  $P = 4 \text{ kW}$ ,
- Taux d'harmonique du courant :  $T_h = 0,30$ .
- La fréquence du réseau d'alimentation est de  $50 \text{ Hz}$ .

1. Déterminez la valeur efficace du fondamental du courant et son déphasage par rapport à la tension simple homologue (correspondant à la même phase).

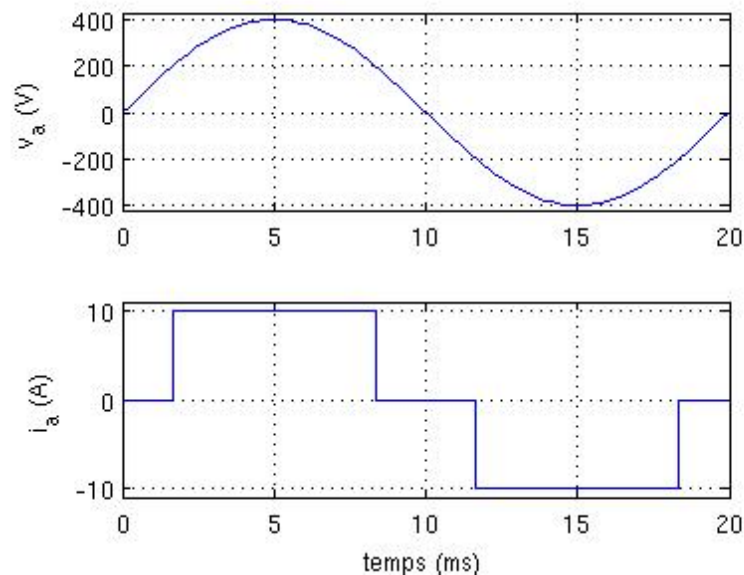


FIGURE 1.4 – Tension et courant absorbés par un pont à diode PD6

**Exercice 9 (Caractérisation de la puissance absorbée par un pont à diodes)**

On considère un redresseur triphasé dont la charge absorbe un courant constant. Les formes d'onde du courant et de la tension en amont pour la phase a sont données sur la figure 1.4.

1. Justifiez qu'il s'agit de signaux alternatifs.
2. Calculez les valeurs efficaces de la tension et du courant.
3. Calculez la puissance apparente.
4. Calculez le taux d'harmoniques du courant.
5. Représentez la puissance instantanée.
6. Calculez la puissance active.
7. Calculez le facteur de puissance.

## 1.4 Magnétostatique : Production de couple et de force

### 1.4.1 Bobine d'inductance (rappel)

Soit un circuit magnétique entouré par un circuit électrique (voir figure 1.5). Le circuit est alimenté par le courant  $i(t)$  et la tension à ses bornes est  $v(t)$ . Dans l'hypothèse d'un matériau magnétique linéaire (en absence de saturation), le flux  $\phi$  coupé par les spires est proportionnel au courant :  $\phi(t) = Li(t)$  où  $L$  est le *coefficient d'auto-inductance* (ou simplement *inductance*). En absence de perte, la tension aux bornes du circuit est donnée par la loi de Lenz :  $v(t) = d\phi/dt = L di/dt$ . L'énergie magnétique stockée est  $W_m$ . On peut l'écrire comme une fonction du courant :  $W_m(i) = \frac{1}{2} L i^2(t)$ ; ou comme une fonction du flux :  $W_m(\phi) = \phi^2(t)/(2L)$ . Ces deux fonctions  $W_m(i)$  et  $W_m(\phi)$  représentent la même grandeur physique mais diffèrent du point de vue mathématique.

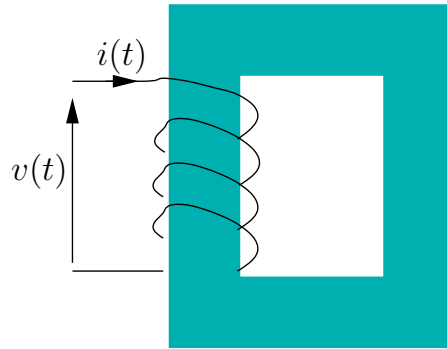


FIGURE 1.5 – Bobine d'inductance

### 1.4.2 Principe du moteur élémentaire

Soit un système électromécanique comportant un degré de liberté en rotation et comportant un circuit électrique. Le circuit électrique est soumis à la tension  $u(t)$  et est traversé par le courant  $i(t)$  en convention récepteur. On note  $\phi$  le flux total le traversant. La partie en rotation est à la position angulaire  $\theta$  et applique un couple  $C$  à une charge mécanique. Le système reçoit de la puissance électrique, fournit de la puissance mécanique et peut stocker de l'énergie magnétique  $W_m$ . Le bilan de d'énergie pendant un intervalle de durée  $dt$  donne :

$$dW_m = u i dt - C \Omega dt \quad (1.53)$$

où  $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ . Avec  $u = \frac{d\phi}{dt}$ , on obtient :

$$dW_m = i d\phi - C d\theta \quad (1.54)$$

Supposons que l'énergie magnétique puisse s'exprimer comme une fonction de  $\phi$  et  $\theta$  :  $W_m(\phi, \theta)$ ; cela revient à prendre  $\phi$  et  $\theta$  comme variables d'état et à poser que  $W_m$  est une fonction d'état. La dernière équation implique alors :

$$\frac{\partial W_m(\phi, \theta)}{\partial \phi} = i \quad (1.55)$$

$$\frac{\partial W_m(\phi, \theta)}{\partial \theta} = -C \quad (1.56)$$

La première de ces deux équations signifie que l'énergie magnétique est l'intégrale de  $i d\phi$  à  $\theta$  constant. La seconde montre qu'un couple est produit par le système, correspondant à une variation à flux constant de l'énergie magnétique :

$$C = -\frac{\partial W_m(\phi, \theta)}{\partial \theta} \quad (1.57)$$

### 1.4.3 Régime linéaire

Dans le cas du régime linéaire (absence de saturation magnétique), le flux est proportionnel au courant et on peut donc écrire  $\phi = L(\theta)i$  où l'inductance  $L$  dépend ici de la position du rotor. L'énergie magnétique s'écrit  $W_m = \frac{1}{2}L(\theta)i^2 = \frac{\phi^2}{2L(\theta)}$ . Pour calculer le couple, c'est la seconde expression qu'il faut considérer, c'est-à-dire  $W_m(\phi, \theta) = \frac{\phi^2}{2L(\theta)}$ . On obtient alors :

$$C = \frac{\phi^2}{2L^2(\theta)} \frac{dL(\theta)}{d\theta} = \frac{i^2}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} \quad (1.58)$$

### 1.4.4 Fonctionnement d'un moteur élémentaire

Soit un système électro-magnéto-mécanique à un degré de liberté en rotation de position  $\theta$  et de vitesse  $\Omega = \dot{\theta}$ , comprenant un circuit magnétique alimenté par un courant  $i$  et dont le flux est  $\phi$ . On considérera que le circuit magnétique est parfait (non saturé), permettant de le caractériser par son inductance qui est fonction de la position  $L = L(\theta)$ .

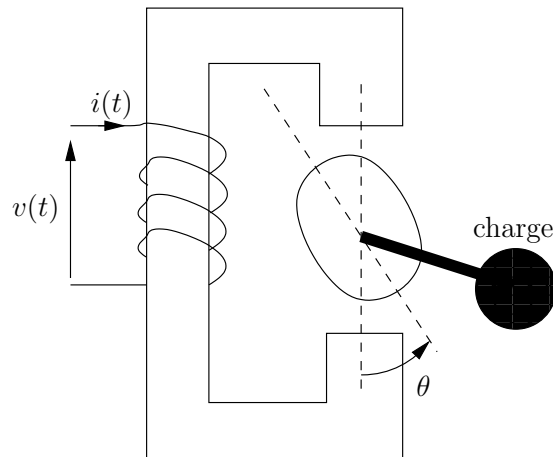


FIGURE 1.6 – Moteur à réluctance variable à un seul enroulement

Un exemple de réalisation de ce moteur élémentaire est donné sur la figure 1.6. Pour des raisons de symétrie, on peut considérer que  $L(\theta)$  est une fonction périodique de période  $\pi$ . On considère que la position  $\theta = 0$  correspond à un maximum de  $L(\theta)$ . Également par symétrie, on considère que  $L(\theta)$  est une fonction paire et qu'elle respecte la symétrie de glissement (symétrie de la courbe par rapport au point  $(\theta = \pi/2, 0)$ ).

Une allure possible de l'évolution de l'inductance en fonction de la position est donnée sur la première courbe de la figure 1.7. On en déduit l'allure de la dérivée de l'inductance par rapport à la position, donnée sur la seconde courbe. Si on alimentait la machine avec un



courant  $i$  constant, il apparaîtrait que le couple fournit, dans l'hypothèse d'une rotation à vitesse constante, serait alternatif, ce qui ne permet pas de conversion d'énergie de manière continue. De plus, comme le couple dépend du carré du courant, un changement de signe du courant n'a pas d'effet.

Une solution consiste à ne fournir du courant que lorsque  $\frac{dL}{d\theta}$  est positif (troisième courbe). On obtient alors un couple qui varie entre zéro et une valeur maximale. Dans le cas d'une rotation continue, entraîné par l'inertie, le couple présente alors une valeur moyenne positive, permettant ainsi d'assurer une conversion d'énergie durable. Pour appliquer un couple négatif, il suffit de faire passer du courant lorsque  $\frac{dL}{d\theta}$  est négatif et de le couper lorsqu'il est positif. On note que dans cette technique de commande, l'allure du courant dépend de la position du rotor. On parle d'*autopilotage* pour qualifier ces techniques où la position du moteur pilote elle-même son alimentation en courant. En pratique, la commutation des courant est faire par une électronique de puissance.

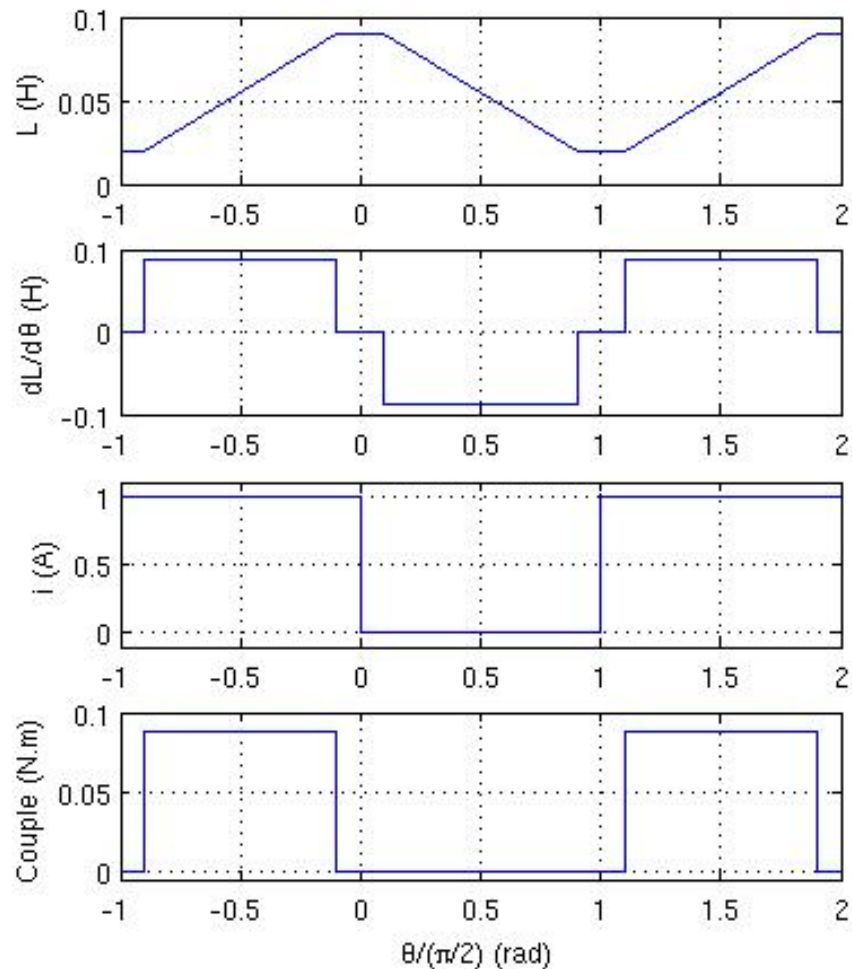


FIGURE 1.7 – Fonctionnement d'un moteur élémentaire à réductance variable à un seul enroulement

### 1.4.5 Système polyphasé

Soit un système à  $n$  phases ; notons  $i_k$  le courant et  $\phi_k$  le flux relatifs à la phase  $k$ . Utilisons les notations vectorielles  $\mathbf{i} = [i_1 \dots i_n]^T$  et  $\phi = [\phi_1 \dots \phi_n]$ . L'énergie associée à l'interaction entre le courant de la bobine  $j$  et le flux traversant la bobine  $i$  s'écrit  $W_{mij} = \frac{1}{2} \phi_i i_j$ . L'énergie magnétique s'écrit désormais comme la somme des différentes contributions, soit :

$$W_m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_i i_j = \frac{1}{2} \phi^T \mathbf{i}. \quad (1.59)$$

En régime linéaire, le flux  $\phi_k$  s'écrit comme une somme de termes linéaires :

$$\phi_k = \sum_{j=1}^n L_{kj}(\theta) i_j. \quad (1.60)$$

Ce qui s'écrit aussi  $\phi = \mathcal{L}(\theta) \mathbf{i}$  avec :

$$\mathcal{L}(\theta) = \begin{bmatrix} L_{11}(\theta) & \dots & L_{1n}(\theta) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{n1}(\theta) & \dots & L_{nn}(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.61)$$

On peut alors écrire l'énergie magnétique sous la forme  $W_m(\phi, \theta) = \frac{1}{2} \phi^T \mathcal{L}^{-1}(\theta) \phi$  et le couple s'écrit :  $C = \frac{1}{2} \phi^T \frac{d\mathcal{L}^{-1}(\theta)}{d\theta} \phi$ . En utilisant la relation <sup>1</sup>  $\frac{d\mathcal{L}^{-1}(\theta)}{d\theta} = -\mathcal{L}^{-1}(\theta) \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \mathcal{L}^{-1}(\theta)$ , on obtient :

$$C = \frac{1}{2} \phi^T \mathcal{L}^{-1}(\theta) \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \mathcal{L}^{-1}(\theta) \phi. \quad (1.62)$$

La matrice  $\mathcal{L}$  des inductance est symétrique<sup>2</sup>, donc son inverse l'est aussi et on peut écrire :

$$C = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \mathbf{i}. \quad (1.63)$$

Cette relation peut aussi s'écrire :

$$C = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \frac{\partial \phi(\theta, \mathbf{i})}{\partial \theta}. \quad (1.64)$$

1. Cette relation se montre facilement en écrivant que  $\mathcal{L}(\theta) \mathcal{L}^{-1}(\theta) = \mathcal{I}$  et en dérivant. On obtient alors  $\frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \mathcal{L}^{-1}(\theta) + \mathcal{L}(\theta) \frac{d\mathcal{L}^{-1}(\theta)}{d\theta} = \mathcal{O}$  d'où  $\frac{d\mathcal{L}^{-1}(\theta)}{d\theta} = -\mathcal{L}^{-1}(\theta) \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \mathcal{L}^{-1}(\theta)$ .

2. Les matrices d'inductance sont toujours symétriques.

# Chapitre 2

## Dimensionnement des organes de puissance

### Exercice 10 (Actionneur linéaire)

Soit un actionneur linéaire de masse totale en mouvement  $m$  (incluant la charge), de course  $z_{\max}$  ( $z \in [0, z_{\max}]$ ) et de force maximale  $F_{\max}$  ( $F \in [-F_{\max}, F_{\max}]$ ). On considère la situation où l'actionneur effectue des cycles aller et retour de course maximale à la fréquence maximale. On négligera les effets de la pesanteur.

1. Justifiez qu'en régime permanent, la trajectoire de la force est un créneau et donnez son allure.
2. Déduisez-en l'allure de la trajectoire de la vitesse. Justifiez que la valeur moyenne de la vitesse est nulle en régime permanent.
3. Déduisez l'allure de la trajectoire de la position.
4. Compte-tenu de l'ensemble des hypothèses, déterminez la période d'un cycle et la vitesse maximale atteinte.

### Exercice 11 (Robot mobile)

Une platte-forme mobile de masse totale  $m$  est munie de trois roues de rayon  $r$  et d'inertie  $J_r$ . Deux des roues sont libres; une est actionnée à travers un réducteur. Le rapport de réduction  $R > 1$  est le rapport entre la vitesse moteur et la vitesse de la roue. L'inertie du réducteur vue du côté du moteur est  $J_R$ ; le rendement du réducteur est  $\eta_K$ . L'actionneur a comme inertie  $J_a$  et comme rendement  $\eta_a$ . Le moteur a comme vitesse maximale de rotation  $\Omega_{\max}$  et comme couple maximal  $C_{\max}$ .

1. Déterminez la vitesse linéaire maximale de la platte-forme.
2. Déterminez l'énergie à fournir au moteur pour atteindre la vitesse maximale avec le couple maximal.
3. Déterminez l'inertie équivalente vue du moteur correspondant à l'ensemble des masses en translation et en rotation.
4. Déterminez l'accélération maximale atteignable par la platte-forme.



# Chapitre 3

## Les convertisseurs statiques

### 3.1 Introduction

Grâce au développement des composants de puissance, l'électronique de puissance offre toute une gamme de convertisseurs permettant de mettre en forme l'énergie électrique. Par opposition aux machines électriques qui sont parfois qualifiées de *convertisseurs dynamiques*, on nomme ces structures *convertisseurs statiques*. Le convertisseur prend l'énergie en *amont* et la délivre en *aval*. Une bonne introduction et des informations intéressantes sur les technologies des composants sont données sur [http://fr.wikipedia.org/wiki/Electronique\\_de\\_puissance](http://fr.wikipedia.org/wiki/Electronique_de_puissance).

#### 3.1.1 Les différents types de conversion

L'énergie électrique est utilisée sous deux grandes formes :

- le régime continu où on s'intéresse principalement à la valeur moyenne des signaux de tension et de courant ;
- le régime alternatif où les valeurs moyennes sont nulles et où on s'intéresse aux valeurs efficaces.

On en déduit quatre grands types de conversion :

- le redresseur (*rectifier* transforme de l'énergie alternative en énergie sous forme continue ;
- l'onduleur (*inverter*) transforme de l'énergie continue en énergie alternative
- le hacheur (*DC/DC converter, chopper*) permet de faire varier la tension et le courant d'une énergie sous forme continue
- le gradateur (*AC/AC converter*) permet de faire varier la valeur efficace de la tension et du courant d'une énergie sous forme alternative. Il ne permet pas de faire varier la fréquence.

Plusieurs de ces structures peuvent être combinées. Ainsi, pour faire varier la vitesse des moteurs à courant alternatif, on utilise un variateur de fréquence qui est composé d'un redresseur et d'un onduleur.

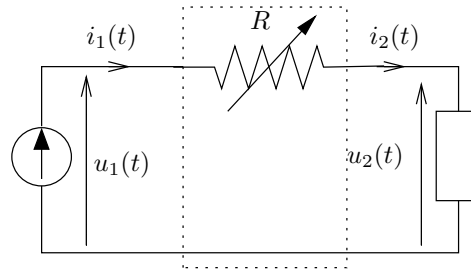


FIGURE 3.1 – Schéma de conversion en mode continu

### 3.1.2 Pourquoi l'électronique de puissance est-elle basée sur la commutation ?

Considérons la structure de conversion présentés sur la figure 3.1 où le réglage de la tension se fait grâce au réglage de la résistance  $R$  (on peut aussi utiliser un transistor en régime linéaire). On considère un régime continu où les grandeurs sont constantes. La loi des nœuds donne  $i_1 = i_2$ . La loi de maille donne  $u_2 = u_1 - Ri_2$ . On voit donc qu'il est possible de faire varier  $u_2$  en faisant varier  $R$ , pourvu que  $i_2$  soit non nul. Le rendement de conversion est  $\eta = \frac{u_2 i_2}{u_1 i_1} = \frac{u_2}{u_1} = 1 - \frac{Ri_2}{u_1}$ . On observe que le rendement décroît au fur et à mesure que la chute de tension  $Ri_2$  réalisée par le convertisseur décroît. La courbe de l'évolution du rendement en fonction de la tension  $u_2$  est donné sur la figure 3.2. Le rendement est proche de zéro pour les faibles valeurs de  $u_2$ .

Ce type de solution peut s'avérer utilisables pour des applications de faible puissance (moins de quelques centaines de Watt). Pour des applications à puissance élevées, ce type de solution n'est pas envisageable à cause du coût en énergie et parce que la dissipation de l'énergie dégagée dans le convertisseur est en soi un problème<sup>1</sup>. La solution retenue consiste à utiliser des composants qui se comportent comme des interrupteur. En effet, un interrupteur parfait ne dissipe pas d'énergie<sup>2</sup>. Les formes d'onde de la tension et du courant seront donc "découpées" grâce que interrupteur de manière à répondre aux besoins en terme de valeur moyenne, valeur efficace et fréquence. Notons qu'en réalité, des pertes sont présentes, dues aux pertes en conduction et pertes en commutation. Mais les rendements obtenues sont relativement bons (généralement supérieurs à 80%).

### 3.1.3 Principe de modélisation

Une chaîne de conversion de l'énergie est composée de plusieurs étages. Pour modéliser toute la chaîne, il serait préférable de disposer de modèles de chaque élément de la chaîne et de les assembler les uns aux autres. Cette méthode s'avère possible à certaines conditions.

A titre d'exemple, considérons la structure présentée sur la figure 3.3, composée de deux quadripôles, d'une source de tension et d'une charge passive. Supposons d'autre part que chaque quadripôle dispose d'un modèle dont les grandeur d'entrée sont la tension amont

1. Plus la solution dissipe d'énergie, plus elle sera volumineuse et donc couteuse.

2. En position ouverte, l'énergie dissipée par un interrupteur est nulle car son courant est nul. En position fermée, c'est la tension à ses bornes qui est nulle, ce qui correspond également à une puissance dissipée nulle.

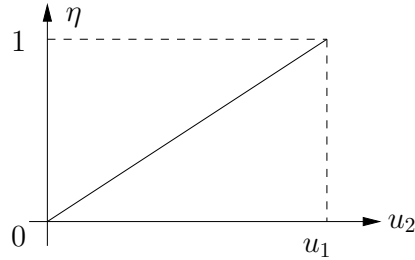


FIGURE 3.2 – Rendement d'un convertisseur en régime continu

et le courant aval et dont les grandeurs de sortie sont la tension aval et le courant amont. Puisque la chaîne de conversion est alimentée par un générateur de tension, on peut alors relier les différents blocs afin de réaliser un modèle de l'ensemble du système. On observe que la chaîne de causalité commence avec la tension d'alimentation et va de l'amont vers l'aval. En aval, la charge détermine le courant en fonction de la tension. Ensuite, la chaîne de causalité remonte vers l'amont si on considère le courant. La dernière grandeur déterminée est donc le courant amont qui dépend de tous les étages de la chaîne. On obtient le schéma-bloc représenté sur la figure 3.4. On fera bien attention de distinguer les deux types de schémas : 1/ le schéma électrique où les flèches représentent les tensions et courants ; 2/ le schéma-bloc de simulation où les flèches représentent les sens de transfert de l'information. Dans ce dernier schéma, chacun des blocs est un système statique ou dynamique.

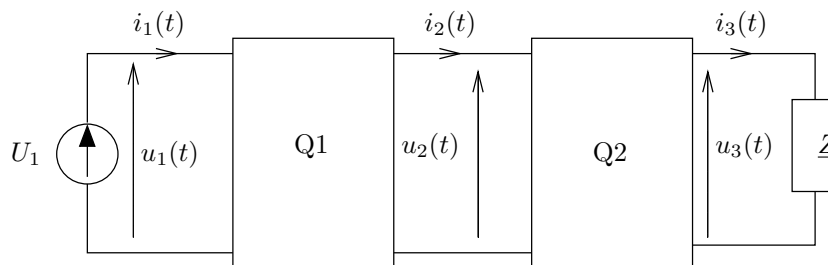


FIGURE 3.3 – Schéma électrique d'une chaîne de conversion

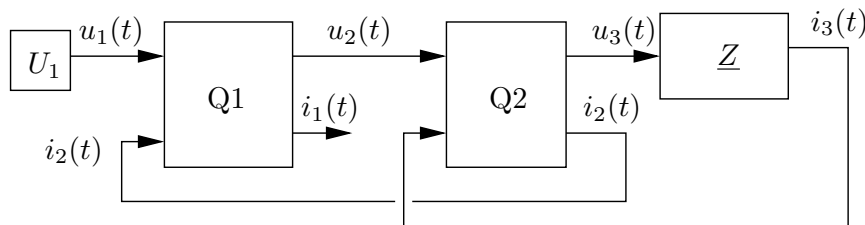


FIGURE 3.4 – Modèle informationnel sous forme de schéma-bloc d'une chaîne de conversion

### 3.1.4 Les éléments passifs

Afin de permettre un meilleur fonctionnement, les convertisseurs utilisent parfois des inductances et des condensateurs qui peuvent stocker de l'énergie afin de la restituer ultérieurement. L'inductance permet de lisser le courant ; le condensateur permet de lisser la tension.

Par exemple, un filtre LC est souvent placé entre un redresseur et un onduleur dans un variateur de fréquence<sup>3</sup>. Le schéma du filtre est donné sur la figure 3.5. Il contient une inductance en série avec l'amont afin de lisser le courant sous-tiré au redresseur placé en amont et un condensateur en parallèle avec l'aval afin de lisser la tension fournie à l'onduleur où au hacheur.

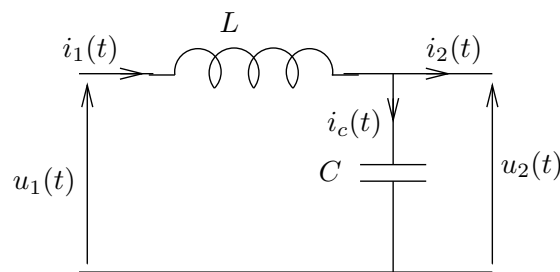


FIGURE 3.5 – Filtre LC

#### Exercice 12 (Représentation d'état d'un filtre LC)

On considère le filtre LC de la figure 3.5. On considère comme entrées la tension amont et le courant aval. On considère comme sorties la tension aval et le courant amont.

1. Donnez les équations du système.
2. Donnez une représentation d'état du système.
3. Donnez un schéma de simulation du système ne faisant apparaître que les opérateurs suivants : gain, sommateur, soustracteur et intégrateur.

## 3.2 Les composants

Différents composants de puissance sont disponibles. Les composants sont utilisés comme interrupteurs. Ainsi, les différences vont intervenir :

- sur les états possibles (par exemple passant avec un courant positif)
- sur les commutations possibles (commutation commandée, commutation naturelle)

Pour chaque composant, on peut synthétiser ces propriétés par un diagramme tension courant où sont représentées les branches correspondant aux fonctionnements possibles du composant et où les commutations commandées sont indiquées par des flèches permettant le passage d'une branche à une autre. Du point de vue de la modélisation, l'état de chaque interrupteur peut être représenté par une variable binaire.

<sup>3</sup>. Plus souvent, une inductance est placée en tête du redresseur et seul le condensateur est placé entre le redresseur et l'onduleur.



### 3.2.1 Diode

La diode possède un état passant caractérisé par un courant positif et une chute de tension à ses bornes  $v_D$  de l'ordre de 0,7 V. Son diagramme tension courant idéal est donné sur la figure 3.6. En première approximation, on pourra négliger cette tension devant les tensions à commuter qui sont typiquement de l'ordre de 100 V. L'état bloqué correspond à une tension  $v_D$  négative et à un courant nul. Les commutations se font de manière naturelle : la passage de bloqué à passant se fait lorsque la tension passe tend à devenir positive.

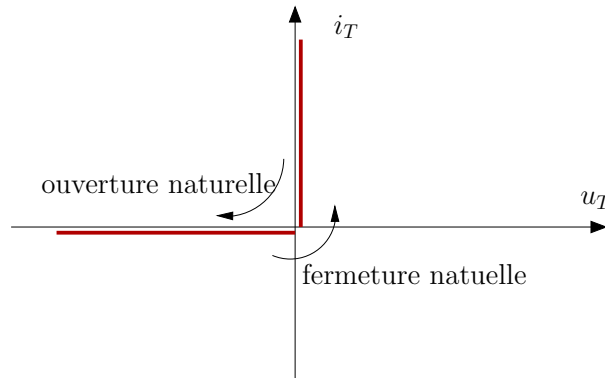


FIGURE 3.6 – Diagramme tension/courant idéal d'une diode

Le passage de passant à bloqué se fait lorsque le courant tend à devenir négatif. La charge électrique  $Q_R$  nécessaire au changement d'état de la diode donne la rapidité de la diode. Pour un courant qui décroît avec une dérivée  $di/dt$  constante, la charge de recouvrement est donnée par l'aire d'un triangle :  $Q_R = \frac{1}{2}t_{\text{off}}I_R$  où  $t_{\text{off}}$  est le temps de blocage et  $-I_R$  est la valeur du pic de courant négatif lors du blocage. Avec  $I_R = \left|\frac{di}{dt}\right|t_{\text{off}}$ , on obtient le temps de blocage  $t_{\text{off}} = \sqrt{Q_R/|di/dt|}$  et le pic de courant  $I_R = \sqrt{2Q_R|di/dt|}$ .

Les diodes sont des composants extrêmement courants dans les dispositifs de l'électronique de puissance. Les diodes Schottky (du nom du physicien allemand Walter H. Schottky) possèdent un seuil de tension très bas et permettent des commutations très rapides.

### 3.2.2 Thyristor

Les thyristors ressemblent aux diodes mais disposent d'une gâchette permettant de retarder la mise en conduction. Ainsi lorsque la tension devient positive, le thyristor ne se met pas directement en route contrairement à la diode. Il se met en conduction lorsque la tension est positive et qu'il reçoit un courant de gâchette. Les thyristors sont utilisés pour des puissances faibles à élevées. L'association de deux thyristor tête-bêche est appelé Triac et est utilisée dans les gradateurs.

### 3.2.3 GTO

GTO signifie "gate turn-off" (extinction par la gâchette); il s'agit d'un thyristor équipé d'une seconde gâchette destinée à permettre le blocage. Les GTO sont utilisés pour les

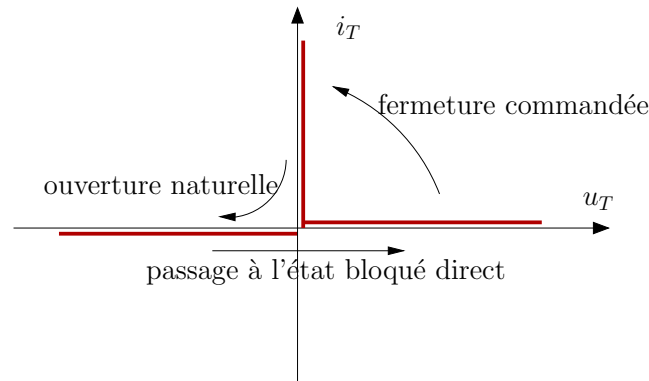


FIGURE 3.7 – Diagramme tension/courant idéal d'un thyristor

puissances élevées.

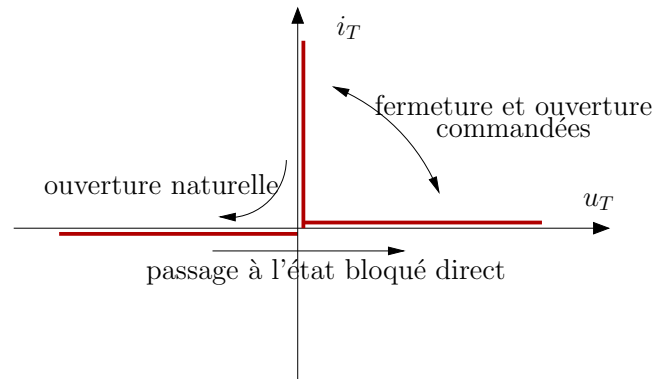


FIGURE 3.8 – Diagramme tension/courant idéal d'un thyristor GTO

### 3.2.4 Transistor

Comme le GTO, le transistor permet des commutation commandées à l'amorçage et au blocage, du moins en blocage direct. Toutefois, le transistor ne permet pas de bloquer de fortes tensions inverses. En puissance, les technologies rencontrées sur les MOSFET (transistor à effet de champ à grille métal-oxyde, utilisé en faible puissance), les bipolaires (moyenne puissance) et les IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor*, utilisés en moyenne et forte puissance : 600 à 6000 V et jusqu'à 2400 A).

### 3.2.5 Associations de composants

Afin de permettre d'assurer un comportement satisfaisant, le transistor est généralement associé à une diode en anti-parallèle. La tension de cette association est toujours positive où nulle.

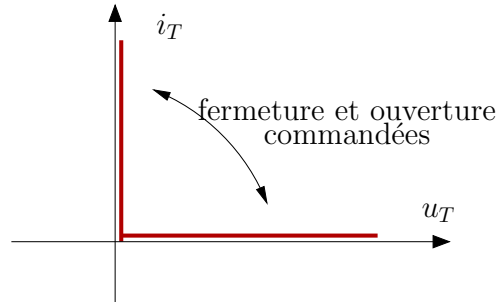


FIGURE 3.9 – Diagramme tension/courant idéal d'un transistor

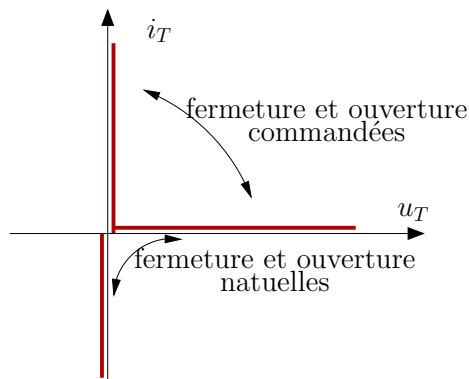


FIGURE 3.10 – Diagramme tension/courant idéal d'une association transistor/diode ou GTO/diode

### 3.2.6 Pertes dans les composants

On distingue deux types de pertes :

- les *pertes par conduction* qui sont proportionnelles au temps de conduction et croissent en fonction du courant,
- les *pertes par commutation* qui sont négligeables pour les commutations naturelles (la commutation naturelle se fait à courant où tension nulle) mais sont significatives lors des commutations commandées (il faut traverser le quadrant  $u_T > 0$  et  $i_T > 0$ ). Les pertes par commutation sont proportionnelles à la fréquence de commutation et à la surface du cycle ( $u_T, i_T$ ) traversé lors de la commutation.

Sur les systèmes de forte puissance, des circuits d'aides à la commutation (*snubber*) sont généralement installés afin de limiter les pertes lors de la commutation.

## 3.3 Les convertisseurs continu/continu

### 3.3.1 Hacheur abaisseur

On distingue deux structure.

### Hacheur deux quadrants

Son schéma est donné sur la figure 3.11. Il est composé d'un composant commandé à l'ouverture et à la fermeture (transistor ou GTO) et d'une diode.

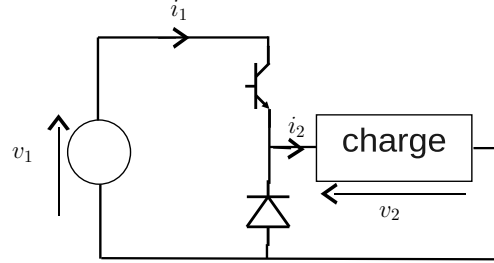


FIGURE 3.11 – Hacheur abaisseur de tension à deux quadrants

Le transistor a deux états. Notons  $C$  la variable booléenne égale à 1 si le transistor est fermé et égale à 0 s'il est ouvert. Dans le cas où  $C = 1$ , la diode est ouverte et la source est connectée à la charge ; on a donc :

$$v_2 = v_1 \quad (3.1)$$

$$i_1 = i_2 \quad (3.2)$$

Dans le cas où  $C = 0$ , la continuité du courant de la charge est assurée par la mise en conduction de la diode. On a alors :

$$v_2 = 0 \quad (3.3)$$

$$i_1 = 0 \quad (3.4)$$

Ces deux équations se ramènent à :

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Il est très simple de simuler un hacheur avec comme entrée la tension amont, le courant aval et le signal de commutation  $C$  et comme sorties la tension aval et le courant amont.

Généralement, le signal de commutation est un signal à fréquence  $f = 1/T$  fixe et à largeur d'impulsion  $\alpha$  variable. Ainsi, sur l'intervalle  $[kT, (k+1)T]$ , on a :

$$C = 1 \text{ pour } t \in [kT, (k+\alpha)T] \quad (3.6)$$

$$C = 0 \text{ pour } t \in [(k+\alpha)T, (k+1)T] \quad (3.7)$$

On pourra noter  $C = C_k$  pour préciser qu'il s'agit de la valeur sur l'intervalle  $[kT, (k+1)T]$ . En effet, le rapport-cyclique  $\alpha = \alpha_k$  est amené à varier d'un intervalle à l'autre.

Dans l'hypothèse où  $v_1$  est constant, la valeur moyenne  $\langle v_2 \rangle_T$  calculée sur l'intervalle  $[kT, (k+1)T]$  est égale  $\alpha_k v_1$ . On observe ainsi que la valeur moyenne de  $v_2$  peut être variée entre 0 et  $v_1$ . Pour assurer  $\langle v_2 \rangle_T = v_2^*$  où  $v_2^*$  est la valeur de référence de la tension, il faut

appliquer  $\alpha = v_2^*/v_1$ .

Compte-tenu des interrupteurs utilisés, on a  $i_2 \leq 0$ . Ainsi, dans le plan  $(v_2, i_2)$ , le fonctionnement ne se fait que pour  $v_2 \geq 0$  et  $i_2 = 0$ , ce qu'on appelle le premier quadrant. Si on alimente un moteur à courant continu avec ce hacheur, on ne pourra pas assurer de freinage dynamique ni de marche à vitesse négative.

**Simulation du calcul d'un rapport-cyclique variable.** En simulation, il est intéressant de disposer d'un bloc dont la sortie est le signal  $C$  et dont l'entrée est le rapport-cyclique  $\alpha$ . Ce système peut être représenté par un modèle d'état à temps discret à deux états  $x_1$  et  $x_2$ . Dans le premier état, on stocke la valeur du signal  $C$  à sortir. Dans le second état, on stocke la valeur du rapport-cyclique acquise à  $t_k = kT$ . Ce système doit être mis à jour aux instants  $\alpha_0 T, T, T + \alpha_1 T, 2T \dots$ . En notant  $\tilde{T}_j$  ces instants ( $T_{2k} = kT$  et  $T_{2k+1} = kT + \alpha_k T$ ), les équations d'état sont décrites dans l'algorithme 1. où le signal de sortie est  $C(t) = x_1(j)$  pour  $t \in [\tilde{t}_j, \tilde{t}_{j+1}[$ . Ce générateur de signaux peut être implanté sous Simulink sous la forme d'une S-fonction à un paramètre ( $T$ ) dont le code est donné ci-dessous.

---

**Algorithm 1** Modèle dynamique à temps discret du générateur de signal à rapport-cyclique variable

---

**Require:**  $\alpha$

**Ensure:**  $C$  % égal à 0 ou 1

**if**  $x_1(j) = 0$  **then**

$x_1(j+1) \leftarrow 1$

$x_2(j+1) \leftarrow \alpha$

$\tilde{t}(j+1) \leftarrow \tilde{t}(j) + \alpha T$

**else**

$x_1(j+1) \leftarrow 1$

$\tilde{t}(j+1) \leftarrow \tilde{t}(j) + (1 - x_2(j))T$

**end if**

$C \leftarrow x_1$

---

```

function [sys,x0]=RappCycl(t,x,u,flag,T),
if flag==0, % Initialisation
sys=[0 2 1 1 0 0]; % dimensions (états discrets, états continus, sorties,
entrées)
x0 = [1; 0.5]; % valeur initiale de l'état
elseif flag==2, % calcul de x(k+1)
switch x(1),
case 1,
sys=[0; x(2)];
case 0,
sys=[1; u];
end
elseif flag==3, % calcul de yk
sys=x(1);
elseif flag==4, % t(k+1)
switch x(1),

```

```

case 1,
sys=t+x(2)*T;
case 0,
sys=t+(1-x(2))*T;
end
else
sys=[];
end

```

### Hacheur quatre quadrants

Son schéma est donné sur la figure 3.12. Il s'agit d'une structure en H composée de deux bras de pont (gauche et droit). Chaque bras est composé de deux interrupteurs (haut et bas) ; chaque interrupteur est composé d'une association transistor/diode ou GTO/diode.

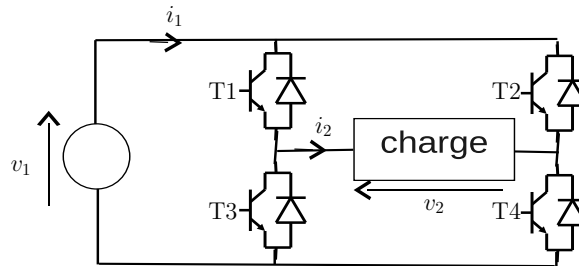


FIGURE 3.12 – Hacheur abaisseur de tension à quatre quadrants

La stratégie la plus courante consiste à commander les deux bras de manière complémentaire. Pour la variable booléenne  $C$ , on a alors les deux situations suivantes :

- pour  $C = 1$ , T1 et T4 sont fermés alors que T2 et T3 sont ouverts. On a alors :

$$v_2 = v_1 \quad (3.8)$$

$$i_1 = i_2 \quad (3.9)$$

- pour  $C = 0$ , T2 et T3 sont fermés alors que T1 et T4 sont ouverts. On a alors :

$$v_2 = -v_1 \quad (3.10)$$

$$i_1 = -i_2 \quad (3.11)$$

Le fonctionnement se résume alors par :

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_1 \end{bmatrix} = (2C - 1) \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

En calculant la valeur moyenne de  $v_2$  à  $v_1$  constant, on a  $\langle v_2 \rangle_T = 2(\alpha_k - 1)v_1$ . Pour assurer  $\langle v_2 \rangle_T = v_2^*$ , il faut appliquer  $\alpha = \frac{1}{2}(1 + v_2^*/v_1)$ .

Les formes d'onde de la tension et du courant amont et aval d'un hacheur 4 quadrants alimenté par une tension constante de 100 V et alimentant une charge RL, sont données sur la figure 3.14. Le schéma de simulation est donné sur la figure 3.13 où le hacheur est implanté sous forme de "embedded Matlab function" suivante :

```
function [u2,i1] = fcn(u1,i2,C)
u2 = (2*C-1)*u1;
i1 = (2*C-1)*i2;
```

Le bloc “RappCycl” est une *s-function* donnée page 29.

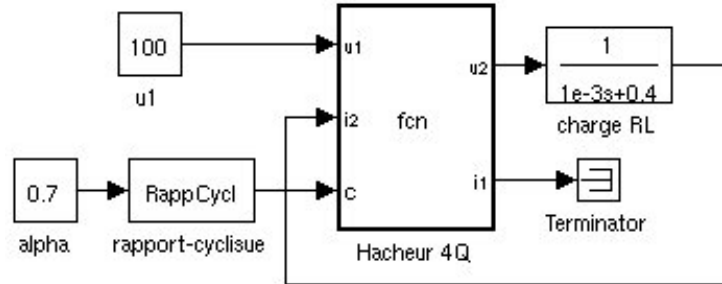


FIGURE 3.13 – Schéma de simulation d’un hacheur 4Q alimentant une charge RL

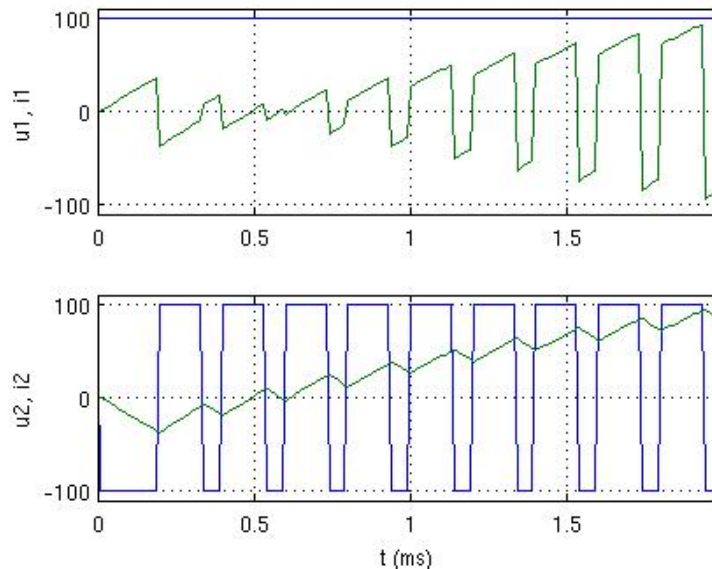


FIGURE 3.14 – Hacheur 4 quadrants alimenté avec une tension de 100 V, chargé par une charge RL ( $R = 0.4 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$ ) avec hachage à 5 kHz avec un rapport-cyclique de 70 %

**Calcul approché de l’ondulation de courant.** L’ondulation de courant crête-crête  $\Delta_{i_2}$  dépend principalement de la fréquence de hachage et de la valeur de l’inductance. L’exercice suivant se propose de déterminer son expression en fonction simplifiée.

### Exercice 13 (Formule de l’ondulation de courant)

Un hacheur 4Q de fréquence de hachage  $f = 1/T$ , alimenté par une tension  $v_1$  constante, alimente une charge de type ERL dont l’équation est donnée par  $v_2(t) = E + Ri_2(t) + L\frac{di_2}{dt}$ .

1. En appliquant l'opérateur valeur moyenne à l'équation de la charge, déterminez la relation liant  $v_1$ ,  $\alpha$ ,  $E$ ,  $R$ ,  $\langle i_2 \rangle$ .
2. En intégrant l'équation de la charge sur  $[0, \alpha T]$ , déterminez la relation liant  $T$ ,  $v_1$ ,  $\alpha$ ,  $E$ ,  $R$ ,  $\int_0^{\alpha T} i_2(t) dt$ ,  $L$  et l'ondulation de courant crête-à-crête  $\Delta_{i_2}$ .
3. En supposant que  $\int_0^{\alpha T} i_2(t) dt = \langle i_2 \rangle \alpha T$ , déterminez l'expression approchée de  $\Delta_{i_2}$  en fonction de  $T$ ,  $v_1$ ,  $L$  et  $\alpha$ .
4. Pour  $T$ ,  $v_1$  et  $L$  donnés, tracez l'allure des variations de  $\Delta_{i_2}$  en fonction de  $\alpha$ . Caractérissez son maximum.

**Temps morts.** La conduction simultanée des deux interrupteurs d'un même bras de pont entraîne un court-circuit de la source qui aboutit à la destruction des interrupteurs. Pour éviter cette situation lors de la commutation (passage de  $C = 1$  à  $C = 0$  ou l'inverse), il convient de commencer par ouvrir l'interrupteur qui doit être ouvert, d'attendre suffisamment longtemps pour être sûr que l'interrupteur est bien ouvert puis seulement de commander la fermeture de l'interrupteur qui doit être fermé. Le temps d'attente introduit entre la commande à la fermeture et la commande à l'ouverture est appelé *temps mort*. Il est généralement petit devant la période de hachage.

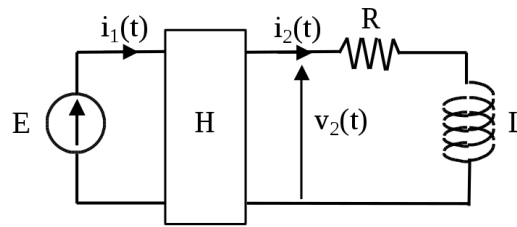


FIGURE 3.15 – Hacheur alimentant une charge RL

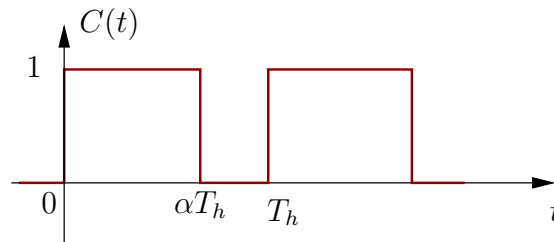


FIGURE 3.16 – Signal de commutation à rapport-cyclique  $\alpha$

#### Exercice 14 (Hacheur alimentant une charge RL)

Une charge  $R$ - $L$  série est alimentée par un hacheur, lui-même alimenté par une source de tension continue de valeur  $E$  (voir figure 3.15). La période de hachage est  $T_h$ . On donne  $E = 100 \text{ V}$ ,  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 10 \text{ mH}$ ,  $T_h = 100 \mu\text{s}$ . La tension délivrée par le hacheur à la charge est un signal rectangulaire de rapport-cyclique  $\alpha$  égal à  $EC(t)$  où  $C(t)$  est le signal de commutation présenté sur la figure 3.16.



1. Donnez la valeur moyenne de  $v_2$ .
2. Donnez l'équation différentielle liant  $i_2$  et  $v_2$ .
3. Calculez la valeur moyenne du courant (en régime permanent).
4. En supposant que le courant a une valeur initiale nulle à  $t = 0$ , donnez l'expression du courant sur la première période de hachage.
5. Donnez l'allure du courant en régime permanent.

## 3.4 Les convertisseurs continu/alternatif

### 3.4.1 Onduleur monophasé

L'onduleur monophasé a la même structure qu'un hacheur 4Q (voir figure 3.12). La différence se situe dans la manière de gérer les rapports-cycliques. Pour réaliser une tension sinusoïdale  $v_2^*(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)$ , on applique  $\alpha = \frac{1}{2}(1 + v_2^*/v_1)$ . Il importe de garantir que  $v_1 \geq V\sqrt{2}$  (l'onduleur ne peut réaliser des tensions supérieures à  $v_1$ ) et que  $\omega T \ll 1$  (la fréquence de hachage doit être grande devant la fréquence du signal à réaliser). La réponse d'un onduleur monophasé alimentant une charge RL est donnée sur la figure 3.17.

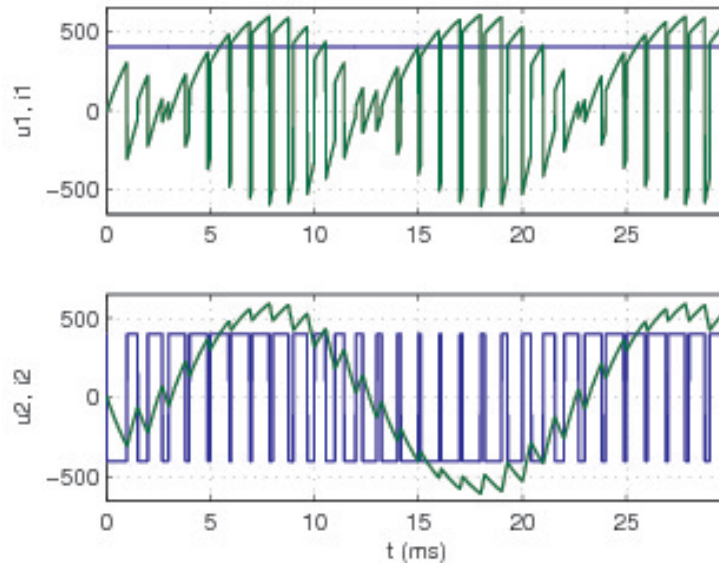


FIGURE 3.17 – Onduleur monophasé alimenté avec une tension continue de 400 V, chargé par une charge RL ( $R = 1 \Omega$ ,  $L = 2 \text{ mH}$ ) avec hachage à 1 kHz

#### Exercice 15 (Onduleur monophasé : stratégie de commutation à un angle)

Cet exercice se propose de vous montrer comment mettre en œuvre une modulation à angles calculés. Sur la figure 3.18 est représentée la tension fournie par l'onduleur. Elle dépend de la durée  $\tau_1$  auquel on associe l'angle  $\alpha_1 = \tau_1 2\pi/T$ . On donne  $T = 20 \text{ ms}$  et  $E = 600 \text{ V}$ .

1. Déterminez la valeur efficace du signal.

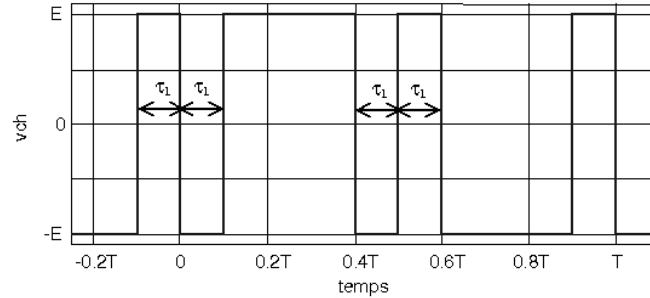


FIGURE 3.18 – Signaux de commutation de type plein onde à un angle

2. En vous appuyant sur les symétries, dites quels sont les termes de la série de Fourier qui sont nuls.
3. Calculez l'expression générale des termes non-nuls de la série de Fourier pour  $\alpha_1$  quelconque.
4. Déterminez  $\alpha_1$  permettant d'annuler l'harmonique de rang 3. On utilisera cette valeur dans l'ensemble des résultats demandés dans la suite.
5. Déterminez la valeur efficace du fondamental et des harmoniques jusqu'au rang 11.
6. Déterminez le taux d'harmoniques en tension.

L'onduleur alimente une charge inductive dont les caractéristiques nominales sont :  $U = 400 \text{ V}$ ,  $I = 20 \text{ A}$ ,  $F_p = 0.8$ .

- 7 Déterminez les valeurs de la résistance et l'inductance du modèle  $RL$  série équivalent.
- 8 Déterminez la fonction de transfert entre la tension et le courant correspondante.
- 9 Déterminez la valeur efficace des harmoniques de courant des rangs 1 à 11.
- 10 Évaluez approximativement le taux d'harmonique en courant.

### 3.4.2 Onduleur triphasé

**Structure.** L'onduleur triphasé (voir figure 3.19) est composé de trois bras de pont. Chaque bras de pont ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) est alimenté de manière indépendante. Prenons par exemple le bras  $a$ . Son signal de commutation booléen est noté  $C_a$ . Pour  $C_a = 1$ , l'interrupteur du haut (T1) est fermé et celui du bas (T4) est ouvert. Pour  $C_a = 0$ , c'est l'inverse. Notons  $\tilde{v}_a$ ,  $\tilde{v}_b$  et  $\tilde{v}_c$  les tensions entre le point milieu d'un bras et la cathode du générateur  $v_1$ . On peut écrire  $\tilde{v}_a = C_a v_1$ . De même, pour les autres phases, on a  $\tilde{v}_b = C_b v_1$  et  $\tilde{v}_c = C_c v_1$ . De manière vectorielle, cela s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}_a \\ \tilde{v}_b \\ \tilde{v}_c \end{bmatrix} = v_1 \begin{bmatrix} C_a \\ C_b \\ C_c \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Pour le courant  $i_1$ , la contribution de  $i_a$  est  $C_a i_a$ . Pour les autres phases, cette contribution est  $C_b i_b$  et  $C_c i_c$ . En sommant les courants des trois phases, on a :

$$i_1 = C_a i_a + C_b i_b + C_c i_c \quad (3.14)$$

En utilisant les notations vectorielles  $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_a \\ C_b \\ C_c \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_a \\ \tilde{v}_b \\ \tilde{v}_c \end{bmatrix}$  et  $\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$ , cela donne :

$$\tilde{\mathbf{v}} = v_1 \mathbf{C} \quad (3.15)$$

$$i_1 = \mathbf{i}^T \mathbf{C} \quad (3.16)$$

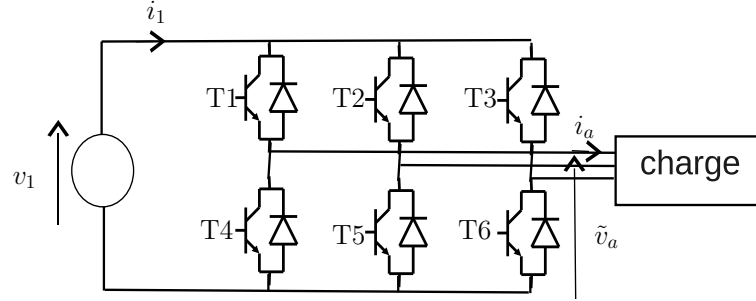


FIGURE 3.19 – Onduleur triphasé

**Étude sur charge couplée en étoile.** Dans le cas de l'alimentation d'une charge triphasée équilibrée couplée en étoile (voir figure 3.20), les tensions aux bornes des enroulements dépendent du potentiel du neutre  $v_N$ . En notant  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$  le vecteur des tensions aux bornes d'un enroulement, on obtient :

$$\mathbf{v} = \tilde{\mathbf{v}} - v_N \mathbb{I}_{3 \times 1} = v_1 \mathbf{C} - v_N \mathbb{I}_{3 \times 1} \quad (3.17)$$

où  $\mathbb{I}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Dans le cas d'une charge équilibrée, on montre facilement à partir de l'équation de la charge que le potentiel du neutre est égal à la moyenne des potentiels des trois phases, soit :

$$v_N = \frac{1}{3}(\tilde{v}_a + \tilde{v}_b + \tilde{v}_c) = \frac{1}{3} \mathbb{I}_{3 \times 1}^T \tilde{\mathbf{v}} \quad (3.18)$$

En remplaçant dans (3.17), on obtient :

$$\mathbf{v} = M \tilde{\mathbf{v}} \quad (3.19)$$

où

$$M = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & -1/3 & 2/3 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Ainsi, les tensions délivrées à la charge se calculent à partir de la tension de la source et des signaux de commutation par :

$$\mathbf{v} = v_1 M \mathbf{C} \quad (3.21)$$

En combinant avec (3.14), on obtient un modèle permettant de simuler l'onduleur.

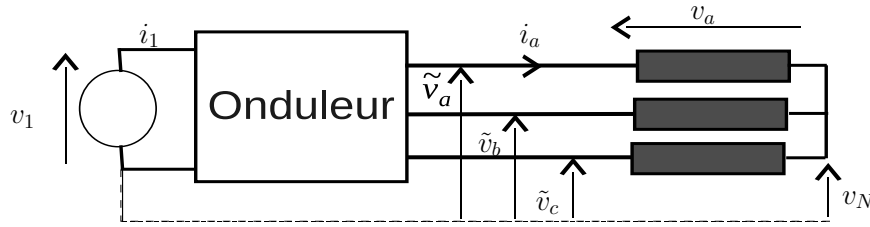


FIGURE 3.20 – Onduleur triphasé alimentant une charge couplée en étoile

**Commande et simulation.** Considérons le cas d’une charge couplée en étoile. En notant  $\alpha_k$  le rapport-cyclique de  $C_k$  (avec  $\langle C_k(t) \rangle_T = \alpha_k$ ), on obtient à partir de (3.21) :

$$\langle \mathbf{v} \rangle_T = v_1 M \alpha \quad (3.22)$$

où  $\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_a \\ \alpha_b \\ \alpha_c \end{bmatrix}$ . Pour obtenir  $\langle \mathbf{v} \rangle_T = \mathbf{v}^*$  où  $\mathbf{v}^*$  est le vecteur des tensions de référence, on

pourrait chercher à inverser l’équation vectorielle. Or la matrice  $M$  est de rang égal à deux<sup>4</sup>. De ce fait elle n’est pas inversible et il n’est pas possible de calculer directement  $\alpha$ . En effet, l’onduleur ne permet pas d’imposer de composante homopolaire car la somme des tensions est nécessairement nulle dès que le neutre est déconnecté. Dans l’hypothèse réaliste où on cherche à appliquer des tensions sans homopolaire, par exemple :

$$\mathbf{v}^*(t) = V\sqrt{2} \begin{bmatrix} \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \sin(\omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

on peut appliquer :

$$\alpha = \alpha_0 \mathbb{I}_{3 \times 1} + \frac{1}{v_1} \mathbf{v}^* \quad (3.24)$$

On choisit généralement  $\alpha_0 = 1/2$  mais on peut aussi faire varier cette grandeur afin d’optimiser la plage de variation de la tension, ce qui est sans effet sur le fondamental des tensions délivrées par l’onduleur.

Les formes d’onde d’un onduleur triphasé alimentant une charge triphasée RL couplée en étoile sont données sur la figure 3.21. On observe que les tensions de la charge sont égales à des multiples du tiers de la tension d’alimentation. Dans le contenu fréquentiel des tensions, les harmoniques de rang trois et multiple de trois ont été supprimées du fait de la non-connexion du neutre.

### Exercice 16 (Commande d’un onduleur)

Un onduleur triphasé alimenté par une tension  $v_1$  constante, alimente une charge triphasée équilibrée couplée en étoile. Les rapport-cycliques sont déterminés à partir d’une tension de référence  $\mathbf{v}^*$  selon la formule (3.24). Démontrez que si la somme des composantes de  $\mathbf{v}^*$  est nulle, alors on a  $\langle \mathbf{v} \rangle_T = \mathbf{v}^*$ .

4. Le rang est le nombre de lignes ou de colonnes indépendantes les unes des autres.

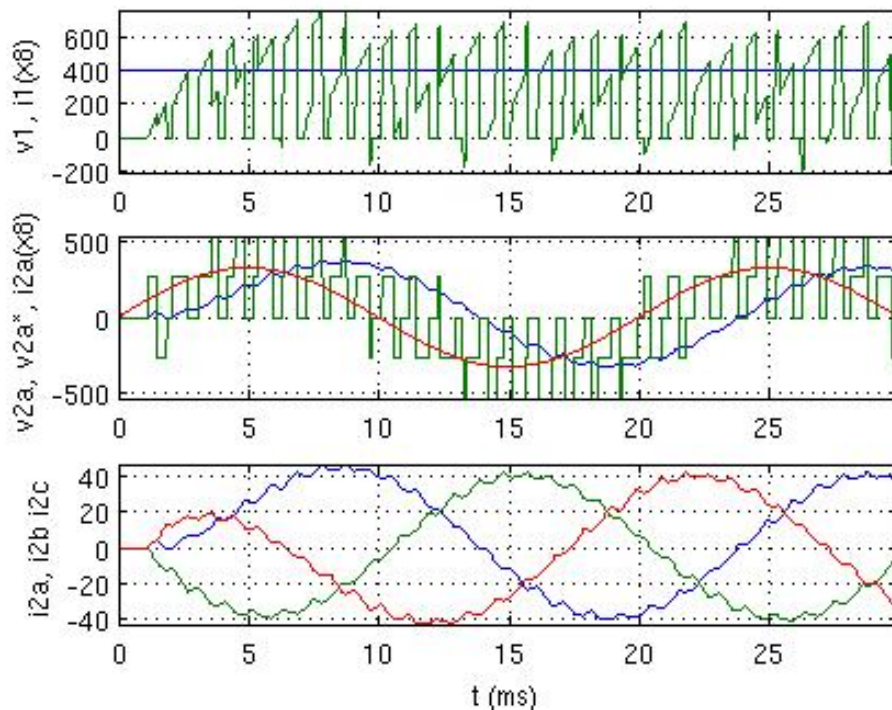


FIGURE 3.21 – Onduleur triphasé alimenté avec une tension triphasée de 230 V de tension simple, chargé par une charge RL triphasé couplée en étoile ( $R = 5 \Omega$ ,  $L = 20 \text{ mH}$ ) avec hachage à 1 kHz

### Exercice 17 (Fonctionnement d'un onduleur plein onde sur une charge couplée en étoile)

Une charge triphasée équilibrée couplée en étoile est alimentée par un onduleur (voir figure 3.22). L'onduleur est alimenté en plein onde avec les signaux de commutation  $C_a$ ,  $C_b$  et  $C_c$  représentés sur la figure 3.23.  $C_a = 1$  correspond, pour le premier bras de l'onduleur à l'interrupteur du haut passant et à celui du bas bloqué.  $C_a = 0$  correspond à l'inverse. On note  $E$  la tension d'alimentation de l'onduleur, supposée constante.

1. Représentez les formes d'ondes des tensions  $V_{AD}$ ,  $V_{BD}$  et  $V_{CD}$ .
2. En utilisant le fait que la charge est équilibrée (on pourra choisir une équation de la charge de la forme  $u = Ri + L di/dt$ ) et que le neutre n'est pas connecté, montrez que la somme des tensions  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  est nulle.
3. Déduisez-en la tension  $V_{ND}$  en fonction de  $V_{AD}$ ,  $V_{BD}$  et  $V_{CD}$ .
4. Donnez alors la forme d'onde des tensions  $V_a$ ,  $V_b$  et  $V_c$  aux bornes des enroulements de la charge.

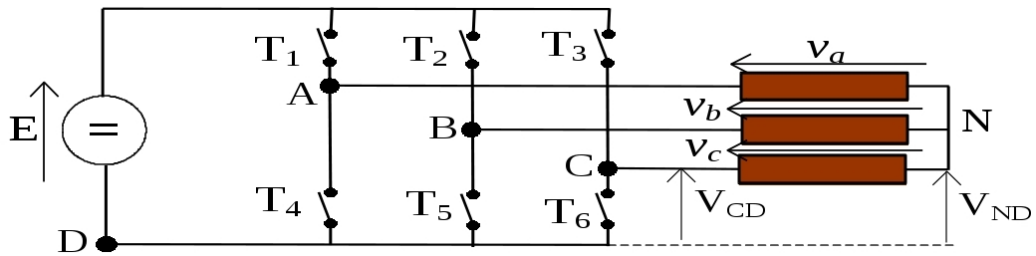


FIGURE 3.22 – Onduleur triphasé chargé par une charge triphasé couplée en étoile

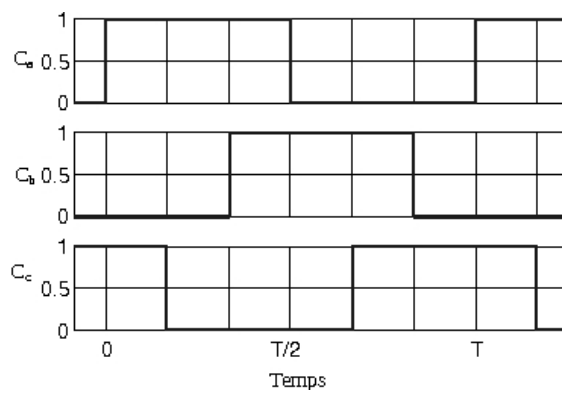


FIGURE 3.23 – Signaux de commutation de type plein onde

# Chapitre 4

## Actionneurs électriques

Les actionneurs électriques sont de deux types : les actionneurs linéaires qui produisent des mouvements de translation et les actionneurs rotatifs qui produisent des rotations par rapport à un axe. Ces derniers étant les plus courants, nous nous concentrerons sur leur étude. Par ailleurs, les principes de fonctionnement des actionneurs sont les mêmes pour les actionneurs linéaires que pour les actionneurs rotatifs.

### 4.1 Principe général de fonctionnement

Un actionneur est constitué de deux parties : le *stator* est la partie fixe. La partie mobile est nommée *rotor*. l'espace séparant le stator du rotor est occupé par de l'air ; on le nomme *entrefer*. Sa largeur est généralement inférieure au millimètre. Pour comprendre le fonctionnement des machines électriques, on est amené à s'intéresser de près à ce qui se passe dans l'entrefer. Cette partie étant à l'interface du stator et du rotor, c'est l'interaction des champs magnétiques dans son espace qui est responsable de la production de couple. On fait généralement l'hypothèse que le champ magnétique dans l'entrefer est radial. Supposons que la composante radiale du champ dans l'entrefer produit par le stator soit de la forme :

$$B_s(\xi) = B_s^{\max} \cos(p(\xi - \alpha_s)) \quad (4.1)$$

Il s'agit d'un champ à  $2p$  pôles ( $p$  pôles nord et  $p$  pôles sud) à répartition spatiale sinusoïdale calé sur l'axe  $\xi = \alpha_s$ . Supposons que le rotor produise un champ de même nature :

$$B_r(\xi) = B_r^{\max} \cos(p(\xi - \alpha_r)) \quad (4.2)$$

Les deux champs opèrent comme deux aimants et cherchent à se rapprocher. On peut facilement imaginer que le couple qu'appliquera le stator au rotor est de la forme :

$$C = C^{\max} \sin(\alpha_s - \alpha_r) \quad (4.3)$$

En effet, ce couple est nul dès lors que les champs du rotor et du stator sont en phase ; il est maximum pour un décalage d'un quart de période. Lorsque c'est possible, on s'arrangera pour avoir  $\alpha_s = \alpha_r + \frac{\pi}{2}$  afin d'utiliser le moteur au maximum de son efficacité. Le couple pourra être réglé avec les amplitudes des champs  $B_s^{\max}$  et  $B_r^{\max}$ .

## 4.2 La machine à courant continu

Le champ dans une machine à courant continu a la propriété d'être statique avec  $\alpha_r = 0$  et  $\alpha_s = \frac{\pi}{2p}$ . Le champ du rotor est réalisé soit par des aimants permanents (pour les puissances inférieures au kW environ) soit par un bobinage dans lequel circule un courant appelé *courant d'excitation*.

### 4.2.1 Principe et équations

Imaginons que le stator impose un champ constant sortant par un pôle nord et entrant par un pôle sud, l'axe du champ étant dans la direction  $\alpha_s = 0$ . Notons  $\Phi_s$  le flux de ce champ et  $S$  la surface sous un pôle. Dans le cas où ce champ est produit par un bobinage, il s'écrit  $\Phi_s = L_s i_s$  où  $i_s$  est le courant d'excitation du stator et  $L_s$  est son inductance.

Considérons que le rotor est formé d'une seule spire de section  $S$  parcourue par un courant  $i_r$  et ayant une tension  $u_s$  à ses bornes. On adoptera la convention récepteur. Le flux total  $\phi_r$  qui traverse cette spire est la somme de deux flux :

- le flux auto-induit qui s'écrit  $L_r i_r$  où  $L_r$  est l'inductance de la spire,
- le flux produit par l'excitation présente au stator ; celui-ci dépend de la position respective du rotor par rapport à la spire. En notant  $\theta$  l'angle du rotor avec le stator et en faisant l'hypothèse qu'il a une forme sinusoïdale, il s'écrit  $\Phi_s \cos(\theta)$  où  $\Phi_s$  est le flux d'excitation ou encore  $M(\theta) i_s$  où  $M(\theta) = L_s \cos(\theta)$  est la mutuelle inductance supposée varier de manière sinusoïdale en fonction de la position.

On a donc  $\phi_r = \Phi_s \cos(\theta) + L_r i_r = M(\theta) i_s + L_r i_r$ . En notations vectorielles, la matrice des inductances s'écrit alors :

$$\mathcal{L}(\theta) = \begin{bmatrix} L_s & M(\theta) \\ M(\theta) & L_r \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

et la relation 1.63 donne  $C = i_s \frac{dM}{d\theta} i_r$ , ce qui s'écrit  $C = -i_s i_r L_s \sin(\theta)$  ou encore  $C = -\Phi_s i_r \sin(\theta)$ .

La tension s'écrit par la loi de Lenz  $u_r = \frac{d\phi_r}{dt}$  soit  $u_r = -\Phi_s \sin(\theta) \Omega + L_r \frac{di_r}{dt}$ . On peut distinguer la force électromotrice induite par le champ du stator  $e_r = -\Phi_s \sin(\theta) \Omega$ . En tenant compte de la résistance interne  $R_r$  de la spire, cela donne  $u_r(t) = e_r(t) + L_r \frac{di_r(t)}{dt} + R_r i_r(t)$ .

Si le courant  $i_r$  était constant, le moteur ne tournerait pas longtemps et s'immobiliserait dans la position de conjonction des champs du rotor et du stator  $\theta = 0$ . Pour maintenir un couple positif, il faut être capable d'imposer un courant  $i_r(t)$  qui est en permanence du signe opposé à  $\sin(\theta)$ . Le système mécanique qui réalise cette fonction se nomme le *collecteur*<sup>1</sup>. Cette pièce relie le courant d'alimentation continu à la spire par un contact glissant entre des lames de cuivre connectées à la spire et deux charbons par lesquels arrivent le courant d'alimentation  $i(t)$ . Les équations s'écrivent alors  $C = i \Phi_s |\sin(\theta)|$  et  $e = \Phi_s |\sin(\theta)| \Omega$ .

Dans la pratique, le rotor est équipé de nombreuses spires ce qui permet de lisser le couple et la force électromotrice. On conserve toutefois la dépendance linéaire de la fem en fonction de la vitesse  $\Omega$  et du couple en fonction du courant. Les équations de l'*induit*<sup>2</sup> s'écrivent

1. Le collecteur est une pièce d'usure et les balais doivent être changés au bout d'un certain temps. De plus le contact glissant entre un balais et les lames du collecteur produit des étincelles. De ce fait, les moteurs à courants continus sont exclus de certaines applications.

2. Par opposition au stator qui a le rôle d'inducteur ou encore d'excitation, le rotor d'un moteur à courant continu est qualifié d'induit.



alors<sup>3</sup> :

$$e(t) = k\Phi_s\Omega(t) \quad (4.5)$$

$$C(t) = k\Phi_s i(t) \quad (4.6)$$

$$u(t) = e(t) + L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) \quad (4.7)$$

où  $k$  est un coefficient sans unité dépendant du bobinage du rotor,  $R$  est la résistance de l'induit ;  $L$  est son inductance. On notera que les deux premières équations lient les grandeurs électriques, magnétiques et mécaniques alors que la troisième équation, qui est une équation différentielle, ne concerne que les grandeurs électriques.

L'évolution de la vitesse est déterminée par la relation fondamentale de la dynamique :

$$J\frac{d\Omega}{dt} = C - C_r \quad (4.8)$$

où  $J$  est l'inertie du moteur et de l'ensemble des parties mobiles qui lui sont connectées (en Kg.m<sup>2</sup>),  $C_r$  est la somme des couples résistants (en N.m) qui freinent le moteur en s'opposant au couple moteur.

## 4.2.2 Différentes technologies

### Moteur à aimants permanents

Le type de moteur à courant continu le plus répandu et notamment pour les petites puissances (< 1 kW) possède un stator équipé d'aimants permanents. Dans ce cas, le flux  $\Phi$  est constant et on peut réécrire les équations de la fem et du couple en faisant apparaître la constante  $K = k\Phi$  :

$$e(t) = K\Omega(t) \quad (4.9)$$

$$C(t) = Ki(t) \quad (4.10)$$

Il apparaît que la fem est rigidement liée à la vitesse et que le couple est lié au courant.

### Moteur à rotor bobiné

Pour les puissances plus importantes où pour des applications particulières, on utilise des rotors bobinés. L'excitation est alors réalisée par un électro-aimant parcouru par un courant d'excitation  $i_e$ .

Intéressons nous aux variations du flux en fonction du courant d'excitation. A défaut de mesurer le flux, on peut estimer  $k\Phi$  de la manière suivante : on entraîne la machine à courant continu grâce à une autre machine à une vitesse  $\Omega$ . L'induit est maintenu ouvert de sorte d'avoir  $i(t) = 0$ , ce qui fait que la tension est égale à la fem :  $u(t) = e(t)$ . En mesurant la tension et la vitesse, on peut déterminer  $k\Phi = \frac{u}{\Omega}$ . A titre d'exemple, une allure typique est donnée sur la figure 4.1. Cette caractéristique a la même allure que la courbe B(H) d'un matériau magnétique. On observe une zone linéaire pour les faibles valeurs du courant où on peut écrire  $k\Phi = L_e i_e$ . Le coude de saturation apparaît dans cet exemple aux alentours de 0,75 A.

3. Ces équations sont valables quelque soit le nombre de paires de pôles de la machine.

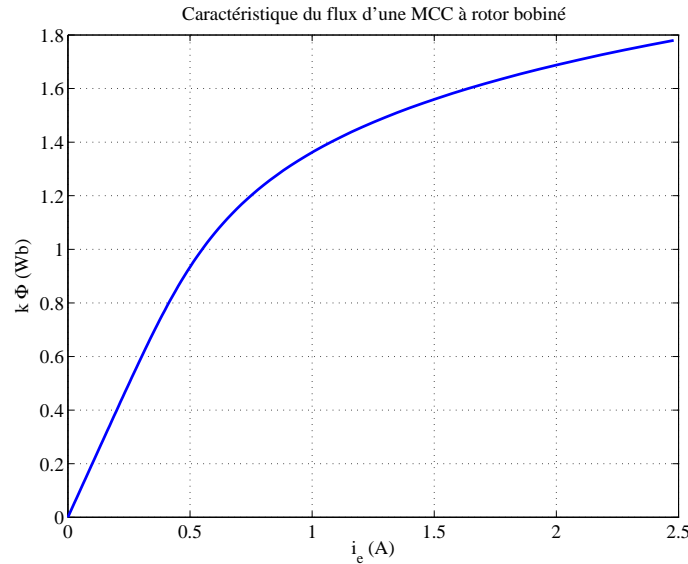


FIGURE 4.1 – Caractéristique du flux d'une MCC

En tenant compte de la résistance  $R_e$  du circuit d'excitation, l'équation de la tension s'écrit :  $u_e(t) = R_e i_e(t) + \frac{d\Phi}{dt}$  où  $u_e(t)$  est la tension d'alimentation de l'inducteur. En régime permanent, le courant se stabilise à  $i_e = \frac{u_e}{R_e}$ . En régime linéaire, le régime transitoire peut aussi s'écrire :  $u_e(t) = R_e i_e(t) + L_e \frac{di_e(t)}{dt}$ .

Les moteurs à rotor bobiné offrent différentes possibilités quant à l'alimentation du circuit d'excitation. On peut utiliser une alimentation indépendante permettant alors de régler le flux de manière arbitraire. Si on ne dispose pas d'alimentation supplémentaire à dédier à l'excitation, il faut alors utiliser la même alimentation que pour l'induit en le couplant soit en série, soit en parallèle.

### Moteur universel

Considérons le cas du moteur à excitation série non saturé. Avec  $i_e(t) = i(t)$ , son couple s'écrit alors :  $C(t) = L_e i^2(t)$ . Ainsi, on observe que le couple est positif quelque soit le signe du courant. Il s'agit donc d'un moteur capable de fonctionner aussi bien sous alimentation continue qu'alternative. Pour cette raison, on le nomme *moteur universel*. Ces moteurs sont utilisés pour des applications bas coût de faible puissance comme les perceuses électriques.

### Exercice 18 (Moteur à courant continu alimenté par un hacheur)

Un moteur à courant continu à aimants permanents est alimenté par un hacheur à 4 quadrants. Les paramètres du moteur et du hacheur sont :

- $K_e = 1$  V/rad.s (constante de fem),
- $K_c = 1$  N.m/A (constante de couple),
- $R = 1$   $\Omega$  (résistance d'induit),
- $L = 4$  mH (inductance d'induit),
- $\Omega_n = 3000$  tr/min (vitesse nominale de rotation du rotor),
- $\Omega_{\max} = 5000$  tr/min (vitesse maximale),

- $C_n = 10 \text{ N.m}$  (couple nominal),
- $f_e = 10 \text{ kHz}$  (fréquence de commutation du hacheur),
- $J = 10^{-2} \text{ kg.m}^2$  (inertie des masses en rotation),
- $f = 10^{-3} \text{ kg.m}^2/\text{s}$  (coefficient de frottement fluide).

### A. Etude du moteur et du hacheur

Déterminez :

1. La valeur du courant permettant d'alimenter le moteur à couple nominal.
2. La valeur moyenne de la tension à fournir au moteur pour le faire tourner à sa vitesse maximale avec le courant nominal,
3. La tension continue alimentant le hacheur sachant que les rapports-cycliques sont compris dans l'intervalle  $[0.05, 0.95]$ . Vous préciserez s'il s'agit d'une valeur minimale ou maximale.

Pour le régime nominal (vitesse et couple nominaux), calculez :

- 4 Les pertes joules (on négligera l'ondulation du courant),
- 5 Le rendement du moteur,
- 6 Le rapport-cyclique de la tension délivrée par le hacheur,
- 7 L'ondulation du courant,
- 8 Les pertes Joule en tenant compte de l'ondulation de courant (vous supposerez que le courant varie de manière affine entre deux commutations du hacheur). Comparez avec la valeur précédemment calculée.

### B. Asservissement de courant.

On cherche à réaliser un asservissement du courant par un correcteur  $PI C(s) = K_p \frac{1+\tau_i s}{\tau_i s}$ .

- 9 Représentez le schéma de la boucle de correction faisant apparaître la grandeur de consigne, la mesure, la commande, le correcteur et le système à asservir. On supposera que la grandeur de commande est directement la tension du moteur.
- 10 Donnez la fonction de transfert entre la tension et le courant. Mettez-là sous la forme  $H(s) = \frac{K(s+p_1)}{(s+p_2)(s+p_3)}$  et donnez les valeurs de  $K$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ .
- 11 Représentez le lieu de Bode de ce système.
- 12 On fixe le zéro du correcteur de manière à compenser le pôle rapide du système. Déduisez-en la valeur de  $\tau_i$ .
- 13 Donnez la fonction de transfert en boucle ouverte ainsi simplifiée. Représentez l'allure de son lieu de Bode.
- 14 On règle le gain de sorte que la bande passante soit égale à  $f_e/5$ . Donnez la valeur de  $K_p$  correspondante.
- 15 Donnez les marges de phase et de gain du système.

### C. Asservissement de vitesse

On cherche à réaliser un asservissement du vitesse par bouclage externe avec un correcteur  $PI C_2(s) = K_{p2} \frac{1+\tau_{i2}s}{\tau_{i2}s}$  dont la commande est la consigne de courant de la boucle de courant. La grandeur de commande est la consigne de courant de la boucle interne.

- 16 Donnez la fonction de transfert entre le courant et la vitesse.
- 17 On suppose que la boucle de courant se comporte comme un système du premier ordre de pulsation de coupure égale à sa bande passante. Donnez la fonction de transfert correspondante.
- 18 Représentez le schéma de la boucle de correction faisant apparaître la grandeur de consigne, la mesure, la commande, le correcteur et le système à asservir.
- 19 Donnez la fonction de transfert en boucle ouverte du système. Représentez son lieu de Bode.
- 20 On fixe le zéro du correcteur de manière à compenser le pôle lent du système. Déduisez-en la valeur de  $\tau_{i2}$ . Représentez sur le lieu de Bode le correcteur.
- 21 Donnez la fonction de transfert en boucle ouverte ainsi simplifiée. Représentez son lieu de Bode.
- 22 On règle le gain de sorte que la marge de phase soit égale à  $45^\circ$ . Déterminez  $K_{p2}$ .
- 23 Donnez la marge de gain et la bande passante de l'asservissement réalisé.

### 4.3 La machine synchrone

On considère la machine synchrone à pôles lisses, à entrefer uniforme et en régime linéaire (absence de saturation magnétique). Le champ dans l'entrefer est considéré comme radial à tout instant et s'écrit  $\vec{B}(\xi) = B(\xi)\vec{u}_r$  en un point situé à un angle  $\xi$  par rapport au repère du stator.

#### 4.3.1 Rotor

Le rotor est constitué d'une roue polaire à  $2p$  pôles alternativement nord et sud. En notant  $\theta$  l'angle que fait un pôle nord du rotor avec le stator et sous l'hypothèse de la répartition sinusoïdale, le champ produit dans l'entrefer s'écrit :

$$B_r(\xi, t) = B_r^{\max} \cos(p\xi - p\theta). \quad (4.11)$$

Il s'agit d'un *champ tournant*; sa vitesse de rotation est  $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ . Ce champ peut-être produit par des aimants permanents et dans ce cas, l'amplitude du champ est fixée. Il peut également être produit par un bobinage alimenté par un courant continu  $I_r$ ; dans ce cas, l'amplitude du champ est variable et réglable à travers  $I_r$ . Dans le cas linéaire, on pourra écrire  $B_r^{\max} = \lambda_r I_r$ .

#### 4.3.2 Stator

Le stator est constitué d'un ensemble de trois bobinages à  $2p$  pôles, placés dans des encoches, noté 'a', 'b' et 'c', régulièrement espacés et orientés dans les directions  $\xi = 0$ ,  $\xi = \frac{2\pi}{3p}$  et  $\xi = \frac{4\pi}{3p}$ , et respectivement parcourus par les courants  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$  et  $i_c(t)$ . Sous l'hypothèse du premier harmonique (hypothèse de la répartition spatiale sinusoïdale des champs), ils produisent respectivement dans l'entrefer trois champs de la forme :

$$B_a(\xi) = \lambda_s i_a(t) \cos(p\xi) \quad (4.12)$$

$$B_b(\xi) = \lambda_s i_b(t) \cos\left(p\xi - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.13)$$

$$B_c(\xi) = \lambda_s i_c(t) \cos\left(p\xi + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.14)$$

En absence de saturation (régime linéaire), le champ résultant est la somme des trois champs :

$$B_s(\xi, t) = \lambda_s \left( i_a(t) \cos(p\xi) + i_b(t) \cos\left(p\xi - \frac{2\pi}{3}\right) + i_c(t) \cos\left(p\xi + \frac{2\pi}{3}\right) \right). \quad (4.15)$$

Dans le cas d'une alimentation sinusoïdale avec :

$$i_a(t) = I_m \cos(\omega t + \alpha) \quad (4.16)$$

$$i_b(t) = I_m \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.17)$$

$$i_c(t) = I_m \cos\left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (4.18)$$

le champ résultant est alors :

$$B_s(\xi, t) = \frac{3}{2} \lambda_s I_m \cos(p\xi - \omega t - \alpha). \quad (4.19)$$

Il s'agit d'un champ tournant, de même nature que celui produit par la roue du rotor. Sa vitesse de rotation  $\frac{\omega}{p}$  est rigidement liée à la pulsation  $\omega$  des courants. Ce résultat est connu sous le nom de *théorème de Ferraris*. En fonctionnement normal, les champs du stator et du rotor tournent à la même vitesse, ce qui donne la relation suivante :

$$\Omega = \frac{\omega}{p}. \quad (4.20)$$

On dit qu'ils sont synchrones, d'où le nom de la machine. Par la suite, on supposera que les champs sont synchrones et que  $\theta(t) = \Omega t + \theta_0$ . En moteur l'obligation d'avoir des courants du stator en phase avec la position du rotor donne lieu au principe de l'autopilotage. C'est-à-dire que pour maintenir un couple constant dans la machine, il faut alimenter la stator avec des courants dont la phase est déterminée par la position du rotor. Ainsi, c'est la machine elle-même qui pilote ses courants d'où le terme d'autopilotage.

### 4.3.3 Force électromotrice induite

Soit une spire placée au stator et orientée selon l'angle mécanique  $\beta$  constituée d'un conducteur aller placé à l'angle  $\beta - \frac{\pi}{2p}$  et d'un conducteur retour placé à l'angle  $\beta + \frac{\pi}{2p}$ . Le champ étant radial, il est pratique de considérer comme surface une portion de cylindre délimitée par la spire, donnant ainsi  $\vec{dS} = dS \vec{u}_r$  et  $\vec{B} \vec{dS} = B \times dS$ . Le champ étant uniforme selon la longueur de la machine, on peut donc considérer des éléments de surface qui sont des portions de cylindre d'angle  $d\xi$ , de longueur  $L$  et de surface  $RLd\xi$  où  $R$  est le rayon moyen de l'entrefer. Calculons le flux produit par le champ du rotor dans cette spire :

$$\phi_{r\beta}(t) = \int_{\xi=\beta-\frac{\pi}{2p}}^{\xi=\beta+\frac{\pi}{2p}} B_r(\xi, t) RLd\xi \quad (4.21)$$

$$= RLB_r^{\max} \int_{\xi=\beta-\frac{\pi}{2p}}^{\xi=\beta+\frac{\pi}{2p}} \cos(p\xi - p\theta) d\xi \quad (4.22)$$

$$= \frac{2RLB_r^{\max}}{p} \cos(p\theta - p\beta) \quad (4.23)$$

De manière analogue, le flux produit par le champ du stator s'écrit :

$$\phi_{s\beta}(t) = \frac{2RLB_s^{\max}}{p} \cos(\omega t + \alpha - p\beta) \quad (4.24)$$

Pour obtenir le flux dans les trois phases du stator, il suffit de considérer respectivement  $p\beta = 0$  pour la phase 'a',  $p\beta = \frac{2\pi}{3}$  pour la phase 'b' et  $p\beta = -\frac{2\pi}{3}$  pour la phase 'c', donnant ainsi un système triphasé équilibré de flux. Si on s'intéresse désormais à la phase 'a', on peut noter :

$$\underline{\phi}_{ra} = \phi_r^{\max} \exp(jp\theta) \quad (4.25)$$

ce qui signifie que le vecteur de Fresnel représentatif du flux tourne avec la position du rotor et pour le flux produit par le stator :

$$\underline{\phi}_{sa} = \phi_s^{\max} \exp(j(\omega t + \alpha)). \quad (4.26)$$

On remarque que le flux produit par le stator est en phase avec son propre courant. De plus, en régime linéaire (en absence de saturation magnétique), on peut considérer que l'amplitude du flux est proportionnelle à l'amplitude  $I_m$  du courant et écrire  $\phi_s^{\max} = L_s I_m$ , d'où :

$$\underline{\phi}_{sa} = L_s \underline{I}_a. \quad (4.27)$$

où  $\underline{I}_a$  est le vecteur de Fresnel représentatif de  $i_a(t)$ .

Le flux résultant  $\underline{\phi}_a$  est la somme des flux produits par le stator et le rotor ( $\underline{\phi}_a = \underline{\phi}_{ra} + \underline{\phi}_{sa}$ ). La force électromotrice totale  $e_a(t)$  s'écrit en convention générateur  $e_a = -\frac{d\phi_a}{dt}$ , soit en vecteurs :

$$\underline{E}_a = -j\omega \underline{\phi}_a \quad (4.28)$$

$$= -j\omega (\underline{\phi}_{ra} + \underline{\phi}_{sa}) \quad (4.29)$$

$$= \underline{E}_{0a} - jL_s \omega \underline{I}_a \quad (4.30)$$

où  $\underline{E}_{0a}$  est la force électromotrice à vide de la phase 'a'.

#### 4.3.4 Modèle de Behn-Eschenburg

En tenant compte du flux de fuites  $\underline{\phi}_{fa} = L_{fa} \underline{I}_a$  et de la chute de tension résistive  $R_s \underline{I}_a$  où  $L_{fa}$  et  $R_s$  sont respectivement l'inductance des fuites et la résistance d'induit du stator, on obtient :

$$\underline{V}_{sa} = \underline{E}_a - jL_s \omega \underline{I}_a - R_s \underline{I}_a. \quad (4.31)$$

En notant  $X_s = (L_s + L_{fs})\omega$  la réactance synchrone, on obtient le modèle de Behn-Eschenburg permettant de modéliser les machines synchrones à pôles lisses en régime non saturé :

$$\underline{V}_{sa} = \underline{E}_{0a} - jX_s \underline{I}_a - R_s \underline{I}_a. \quad (4.32)$$

Dans ce modèle, on considère la vitesse et la fréquence comme constantes ; la force électromotrice dépend donc uniquement du courant d'excitation :  $E_0 a = E_0(I_r)$  où  $I_r$  est le courant d'excitation pour un rotor bobiné. Dans le cas d'un moteur à aimants,  $E_0 a$  est constant égal à  $E_0$ .

Naturellement, cette étude faite pour la phase ‘a’ reste valable pour les autres phases. Il faudra donc considérer que chacune des phase de la machine synchrone est modélisée par la mise en série d’une f.e.m. sinusoïdale, d’une réactance synchrone et d’une résistance. Afin de simplifier les équations, on pourra être amené à négliger la résistance de l’induit. On ne négligera cependant jamais la réactance synchrone qui est un paramètre essentiel de la machine; en effet, il représente la réaction magnétique d’induit, c’est-à-dire l’effet des courants d’induit sur le champ dans l’entrefer, phénomène fondamental dans les machines tournantes. Remarquons d’ailleurs que cette RMI n’est pas compensable alors que c’était le cas pour le moteur à courant continu.

## 4.4 La machine asynchrone

On parle également de *moteur à induction*.

### 4.4.1 Constitution

Le stator d’un moteur asynchrone est identique à celui d’une machine synchrone. Il est donc constitué d’un enroulement triphasé à  $2p$  pôles qui, lorsqu’il est parcouru par des courants à la pulsation  $\omega$ , crée un champ tournant à la vitesse  $\frac{\omega}{p}$ .

Le rotor d’une machine asynchrone est une structure purement passive. Différentes technologies sont disponibles.

#### Rotor à cage

C’est la technologie de loin la plus répandue. Le rotor est constitué d’un ensemble de barres conductrices le plus souvent en aluminium et parfois en cuivre qui sont reliées entre elles à chaque extrémité par un anneau de court-circuit. Ce système de conducteurs de courant est coulé dans un empilage de tôles magnétiques qui favoriseront le passage du champ magnétique entre les conducteurs, permettant ainsi la création de courants par induction magnétique.

#### Rotor bobiné

Le rotor peut-être constitué d’une structure identique à celle du stator; c’est-à-dire un système polyphasé de conducteurs à  $2p$  pôles. En utilisation courante, ces conducteurs sont court-circuités.

### 4.4.2 Principe de fonctionnement

Afin d’expliquer plus simplement le fonctionnement, considérons le cas d’un rotor bobiné. Les structures sont donc identiques au stator et au rotor; on sait que la vitesse du champ produit par les courants est rigidement liée à leur pulsation.

Imaginons que le rotor tourne à la vitesse  $\Omega$ . En se plaçant dans un référentiel lié au rotor, on voit le champ tournant circuler à la vitesse  $\frac{\omega}{p} - \Omega$ . Ce champ tournant donne donc naissance au rotor à des fem et à des courants à la pulsation  $\omega_r$  où  $\frac{\omega_r}{p} = \frac{\omega}{p} - \Omega$ . Notons  $\omega_r = g\omega$  où  $g$  est appelé *glissement*. On peut alors écrire  $\Omega = (1 - g)\frac{\omega}{p}$ . Un glissement unitaire

correspond à l'arrêt ; un glissement nul correspond à une vitesse de rotation égale à la vitesse du champ tournant.

Les courants induits obéissent à la loi de Lenz, c'est-à-dire qu'il s'opposent aux variations de champ. Dans quelle situation le rotor ne voit-il pas de variation de champ ? Uniquement lorsqu'il tourne à la même vitesse que le champ tournant, c'est-à-dire pour un glissement nul. Dans ce cas précis, il n'y a pas de courant induit et donc pas de couple. Si la vitesse du rotor ralentit, devenant ainsi inférieure à celle du champ tournant, les courants induits agissent de sorte de ramener le rotor à la vitesse de synchronisme. Ils vont ainsi produire un couple positif. Au contraire, si la vitesse est supérieure à la vitesse du champ tournant, le couple produit par les courants induits est négatif. On peut donc postuler que le couple est de même signe que le glissement.

### 4.4.3 Modèle en régime permanent sinusoïdal

#### Modèle du transformateur tournant

La machine asynchrone peut-être considérée comme un transformateur particulier dans lequel les grandeurs du rotor sont à la pulsation  $g\omega$ . En notant  $\underline{V}_s$  et  $\underline{V}_r$  les tensions d'une phase du stator et du rotor ;  $\underline{I}_s$  et  $\underline{I}_r$  les courants ;  $R_s$  et  $R_r$  les résistances ;  $L_s$  et  $L_r$  les inductances propres et  $M$  la mutuelle inductance, les équations s'écrivent :

$$\underline{V}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega \underline{\phi}_s \quad (4.33)$$

$$\underline{V}_r = R_r \underline{I}_r + jg\omega \underline{\phi}_r \quad (4.34)$$

où les flux s'écrivent :

$$\underline{\phi}_s = L_s \underline{I}_s + M \underline{I}_r \quad (4.35)$$

$$\underline{\phi}_r = M \underline{I}_s + L_r \underline{I}_r \quad (4.36)$$

Le rotor étant court-circuité ( $\underline{V}_r = 0$ ), l'équation de la tension du rotor s'écrit alors en divisant par  $g$  :

$$0 = \frac{R_r}{g} \underline{I}_r + j\omega \underline{\phi}_r \quad (4.37)$$

Les équations 4.33 et 4.35 à 4.37 sont celles d'un transformateur court-circuité au secondaire dont la résistance du secondaire serait  $\frac{R_2}{g}$ .

Les modèles classiquement développés pour le transformateur sont valables. En ramenant l'ensemble des grandeurs au primaire du transformateur idéal, on obtient le schéma équivalent représenté sur la figure 4.2 où  $L_m$  est l'inductance magnétisante ;  $R_f$  est la résistance des pertes fer ;  $N_2$  est l'inductance totale des fuites ramenées au stator ;  $R_2$  est la résistance du rotor ramenée au stator ( $R_2 = R_r/m^2$  où  $m$  est le rapport de transformation). On a  $\underline{I}_2 = m \underline{I}_r$ . Chaque phase du moteur est donc équivalent à une impédance  $\underline{Z}(g)$  dépendant du glissement.

$$\underline{Z}(g) = R_s + \frac{1}{\frac{1}{jL_m\omega} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{jN_2\omega + \frac{R_2}{g}}} \quad (4.38)$$



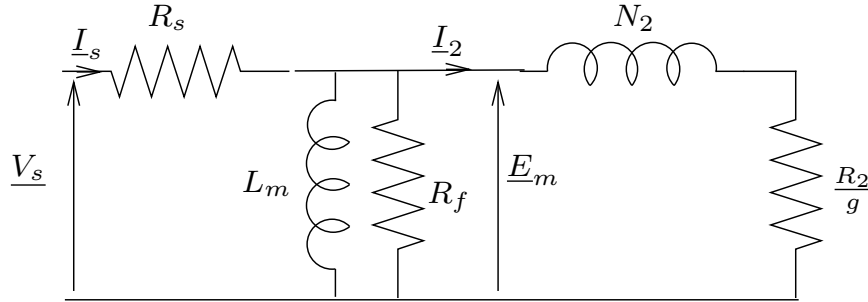


FIGURE 4.2 – Modèle du moteur asynchrone

### Diagramme du cercle

Si on néglige la résistance du stator, le modèle s'écrit sous la forme d'une admittance  $\underline{Y}(g) = \frac{1}{\underline{Z}(g)}$  :

$$\underline{Y}(g) = \frac{1}{jL_m\omega} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{jN_2\omega + \frac{R_2}{g}} \quad (4.39)$$

Pour une tension  $\underline{V}_s$  donnée, le lieu du courant lorsque  $g$  varie est  $\underline{I}_s = \underline{V}_s \underline{Y}(g)$ . En prenant  $\underline{V}_s = V_s$  comme référence, cela donne  $\underline{I}_s = V_s \underline{Y}(g)$ .

Cherchons maintenant à déterminer ce lieu. Le lieu de  $\frac{R_2}{g}$  est l'axe réel. Le lieu de  $jN_2\omega + \frac{R_2}{g}$  est une droite parallèle à l'axe réel et de partie imaginaire constante égale à  $jN_2\omega$ . Le lieu de  $\frac{1}{jN_2\omega + \frac{R_2}{g}}$  est un cercle passant par l'origine et le point d'affixe  $-j/(N_2\omega)$  qui est symétrique par rapport à l'axe imaginaire. Le lieu de  $\underline{Y}(g)$  est un cercle de même taille que le cercle précédent mais translaté de  $1/R_f - j/(L_m\omega)$ . Le lieu du courant est alors obtenu par une dilatation de coefficient  $V_s$ . Sur ce cercle, on repère facilement les points correspondant aux glissements  $g = 0$  et  $g = \infty$  qui sont diamétralement opposés.

**Exercice 19 (Diagramme du cercle)** *En négligeant la résistance du stator, montrez que le lieu du vecteur de Fresnel du courant statorique est un cercle. Vous prendrez le soin de dessiner tous les ensembles intermédiaires vous permettant d'arriver à ce résultat. Précisez les points correspondant à  $g = 0$  et  $g = \infty$ .*

### 4.4.4 Bilan de puissance

#### Puissance électromécanique

La résistance  $\frac{R_2}{g}$  ne correspond pas uniquement à des pertes. En effet, elle inclut également la puissance électromagnétique qui est la puissance convertie. En décomposant  $\frac{R_2}{g} = R_2 + \frac{1-g}{g}R_2$ , on observe que la puissance dissipée dans  $\frac{R_r}{g}$  se décompose en pertes Joule rotoriques  $P_{jr} = 3R_2I_2^2 = 3R_rI_r^2$  et puissance électromécanique  $P_{em} = 3\frac{1-g}{g}R_2I_2^2$ . Avec  $P_{em} = C_{em}\Omega$  et  $\Omega = (1-g)\frac{\omega}{p}$ , on obtient :

$$C_{em} = \frac{3p}{\omega} \frac{R_2}{g} I_2^2 \quad (4.40)$$

qui est bien de même signe que le glissement.

La proportion entre les pertes Joule du rotor et la puissance électromécanique dépend du glissement :  $P_{em} = \frac{1-g}{g} P_{jr}$ . Si on note  $P_2 = P_{em} + P_{jr}$  la puissance échangée entre le stator et le rotor, on a  $P_{jr} = gP_2$  et  $P_{em} = (1-g)P_2$ .

### Fonctionnement moteur

Le fonctionnement moteur correspond à  $g \geq 0$ . Le moteur absorbe l'énergie électrique au stator  $P_a = 3V_s I_s \cos(\phi_s)$  et fournit l'énergie mécanique  $P_u = C_{em} \Omega$  (on négligera les pertes mécaniques). Les pertes sont :

- les pertes Joule au stator  $P_{js} = 3R_s I_s^2$ ,
- les pertes fer  $P_f = 3 \frac{E_m^2}{R_f}$ ,
- les pertes Joule au rotor  $P_{jr} = 3R_r I_r^2$ .

Le rendement est  $\eta = \frac{P_u}{P_a}$ . La conservation de l'énergie permet d'écrire  $P_a = P_u + P_{js} + P_f + P_{jr}$ . Si on ne tient compte que des pertes Joule au rotor, on obtient  $\eta = \frac{P_{em}}{P_2} = 1 - g$ . Il s'agit d'un rendement idéalisé ; on a donc en pratique  $\eta \leq 1 - g$ .

A titre d'illustration, le rendement d'une série de moteurs asynchrones est donné sur la figure 4.4.4. On observe que les pertes diminuent régulièrement avec la puissance nominale.

### Fonctionnement en génératrice

Le fonctionnement en génératrice correspond à  $g \leq 0$ . La génératrice absorbe l'énergie mécanique  $P_a = C_{em} \Omega$  et fournit l'énergie électrique  $P_u = 3V_s I_s \cos(\phi_s)$ . Les pertes sont inchangées et le rendement s'écrit toujours  $\eta = \frac{P_u}{P_a}$  avec  $P_a = P_u + P_{js} + P_f + P_{jr}$ . Dans le cas où ne tient compte que des pertes Joule au rotor, on a  $P_u = P_2$  et  $P_a = P_{em}$  d'où  $\eta = \frac{1}{1-g}$ . Dans la pratique, on a  $\eta \leq \frac{1}{1-g}$ .

#### 4.4.5 Expression du couple

Nous avons vu que le couple est de même signe que le glissement. Cherchons désormais à déterminer une expression analytique du couple. Pour cela, nous allons négliger les pertes Joule du stator ( $R_s = 0$ ) afin de simplifier les calculs. Le module du courant  $\underline{I}_2$  est déterminé par :

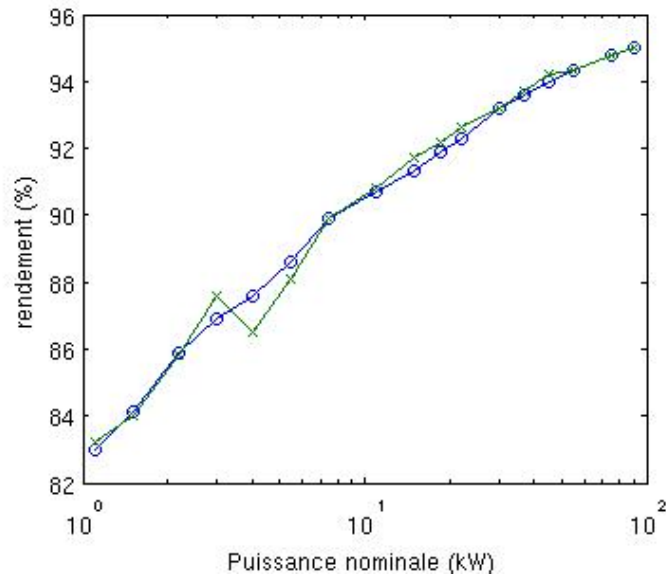
$$I_2^2 = \frac{V_s^2}{\left(\frac{R_r}{g}\right)^2 + (N_r \omega)^2} \quad (4.41)$$

En remplaçant dans l'équation 4.40, et en réarrangeant l'expression, on obtient :

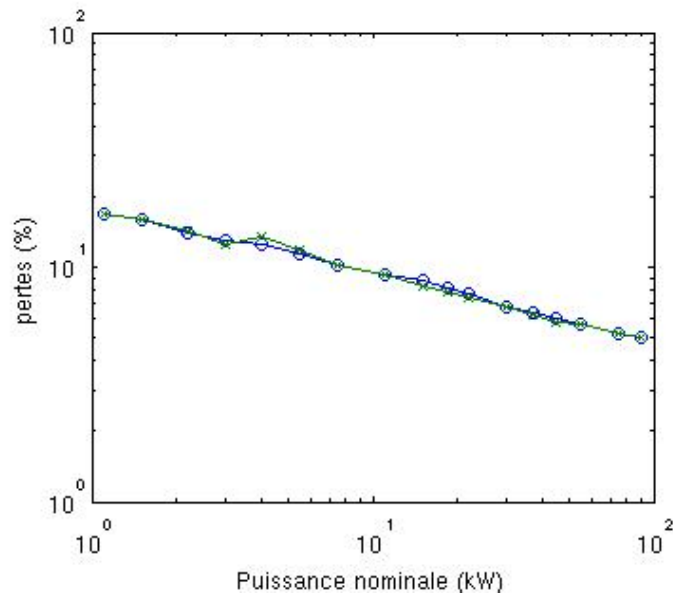
$$C_{em} = \frac{2C_m}{\frac{g}{g_m} + \frac{g_m}{g}} \quad (4.42)$$

où  $g_m = \frac{R_2}{N_2 \omega}$  et  $C_m = \frac{3pV_s^2}{2N_2 \omega^2}$ . Il s'agit d'une fonction impaire qui présente un maximum pour  $(g, C_{em}) = (g_m, C_m)$  et un minimum en  $(g, C_{em}) = (-g_m, -C_m)$ .

Sur la figure 4.4 est représentée l'allure du couple pour une machine à une paire de pôles d'une puissance nominale de 1,5 kW. On observe que le couple à l'arrêt ( $g = 0$ ) est relativement faible par rapport au couple maximal. Dans la pratique, la machine est utilisée sur une plage de glissement relativement faible entre  $-g_m$  et  $g_m$ . En dehors de cette plage, le rendement n'est plus acceptable.



a. rendement



b. pertes

FIGURE 4.3 – Pertes des machines asynchrones en alimentation sinusoïdale (moteur Leroy-Somer série FLS-ES; o : fonctionnement à 100 % de la puissance nominale; × : fonctionnement à 75 % de la puissance nominale).

**Exercice 20 (Expression du couple de la machine asynchrone)** *A partir du schéma équivalent d'une phase de la machine asynchrone représenté sur la figure 4.2, montrez que si on néglige la résistance du stator, on peut écrire le couple sous la forme  $C_{em} = 2C_m / (\frac{g}{g_m} + \frac{g_m}{g})$ . Donnez les expressions de  $C_m$  et  $g_m$  en fonction des paramètres du modèle, de la tension d'alimentation et de la pulsation.*

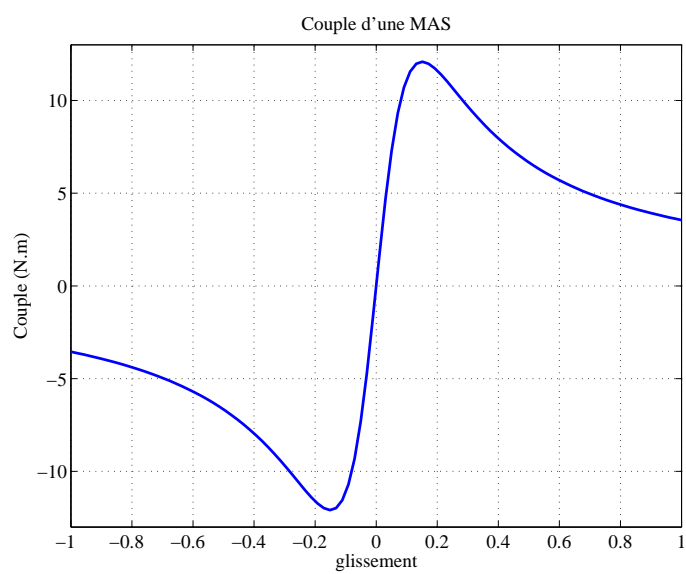


FIGURE 4.4 – Couple d'une machine asynchrone

# Annexe A

## Lexique

### A.1 Convertisseur de fréquence

La variation de vitesse d'un moteur à courant alternatif suppose de faire varier la fréquence de sa tension d'alimentation. On appelle variateur de fréquence ces produits. Ils sont généralement composés d'un étage de redressement (*AC/DC converter*) et d'un onduleur (*DC/AC converteur*). Les variateurs pour moteurs à courant alternatif intègrent un variateur de fréquence.

### A.2 Démarreur

Les moteurs asynchrones (ou moteur à induction) sont capables de démarrer seuls à partir d'un réseau alternatif. Cependant, lors de leur démarrage, ils absorbent des courants très élevés, ce qui interdit généralement un démarrage direct. Le démarreur est un produit industriel destiné à permettre d'assurer le démarrage des moteurs asynchrones en respectant les contraintes de courant. Il est généralement composé d'un gradateur triphasé, qui est un convertisseur alternatif/alternatif ne modifiant pas la fréquence. Une fois le moteur démarré, le gradateur est simplement court-circuité afin d'alimenter directement le moteur sans perte.

### A.3 Freinage dynamique

Les moteurs électriques classiques (moteur à courant continu, moteur synchrone et moteur asynchrone) sont réversibles. Ainsi, ils peuvent être utilisés pour convertir l'énergie cinétique d'un véhicule en électricité et recharger ainsi ses batteries. Ainsi, l'énergie cinétique n'est plus brûlée au freinage, comme c'est le cas dans les véhicules classiques équipés de moteur thermique, mais est récupérée, permettant ainsi une meilleure efficacité énergétique des véhicules électriques ou hybrides par rapport aux véhicules classiques. Pour permettre au système électrique de récupérer l'énergie de freinage, il faut aussi que le chaîne de conversion de l'énergie électrique soit réversible, ce qui représente un certain surcoût.

## A.4 Moteur DC brushless

Un moteur *DC brushless* est en fait un moteur synchrone. Si on parle de *moteur à courant continu sans balais*, c'est pour bien préciser que le moteur synchrone (MS) est un moteur sans balais ni collecteur, ce qui est un argument marketing car les balais sont des éléments d'usure et représente une sources d'étincelles, ce qui interdit l'utilisation de moteur à collecteurs dans des ambiances explosives. Mais le moteur synchrone est un moteur à courant alternatif (AC). Si on le qualifie parfois de DC, c'est parce qu'on inclut l'onduleur qui sert à alimenter le moteur et qui est alimenté en DC. Ainsi, l'ensemble onduleur + MS est équivalent à un moteur à courant continu sans balais. Dans certains cas, l'ensemble MS + onduleur + système d'autopilotage est fourni dans un seul boîtier, justifiant pleinement de terme de DC brushless. C'est par exemple le cas de certains moteurs de ventilateurs utilisés dans les ordinateurs. Plus généralement, et pour les puissances plus élevées, l'onduleur et l'électronique de commande est délivrée à part et compose le *variateur*.

## A.5 Onduleur

Le terme “onduleur” recouvre plusieurs réalités :

- Dans le monde académique, il désigne généralement un convertisseur statique permettant de convertir de l'énergie électrique sous forme continue en énergie électrique sous forme alternative. En anglais, on parle de *inverter* ou de *DC/AC converter*. On retrouve ce type d'onduleur dans les matériels destinés à délivrer une tension alternative à partir de la tension continue fournie par des panneaux solaires.
- Dans le monde industriel, il désigne plus généralement un équipement destiné à garantir la qualité de la tension délivrée à des appareils sensibles en dépit des coupures du réseau. Si cet onduleur comprend généralement un *DC/AC converter*, il ne se réduit pas à cette partie. Il intègre notamment des condensateurs ou batteries destinées à compenser les coupures du réseau. On parle aussi d'*Alimentation Sans Interruption (ASI)*

## A.6 Variateur

Un variateur est un produit destiné à assurer la variation de vitesse (ou de position) d'un actionneur électrique. Suivant les cas, son alimentation se fera en continu (plutôt pour les petites puissances) ou en alternatif, monophasé ou triphasé (généralement pour les puissance élevées, typiquement supérieures au kilo Watt).